

X. Herleitung der Terme

1) $P = v \cdot F \leftrightarrow \frac{dE}{dt} = v \cdot \frac{dp}{dt} \leftrightarrow dE = v \cdot dp$ mit $v = \frac{p}{m}$ und $m = \frac{E}{c^2}$ ergibt $dE = \frac{p \cdot c^2}{E} dp \leftrightarrow E dE = c^2 \cdot p \cdot dp$ Integration von $p^* = 0$ bis p liefert:

$$\int_{E(0)}^{E(p)} E^* dE^* = c^2 \int_0^p p^* dp^* \leftrightarrow \frac{1}{2} (E^2(p) - E^2(0)) = \frac{1}{2} c^2 p^2 \leftrightarrow E^2(p) = E_0^2 + c^2 p^2 \leftrightarrow E(p) = \sqrt{E_0^2 + c^2 p^2}$$

2) Division von $E(p)$ durch c^2 liefert: $E(p) = \sqrt{E_0^2 + c^2 p^2} \mid : c^2 \quad m(p) = \sqrt{\frac{E_0^2}{c^4} + \frac{p^2}{c^2}} = \sqrt{m_0^2 + \frac{p^2}{c^2}}$

3) Auflösen von $m(p)$ nach $m(v)$ liefert: $m(p) = \sqrt{m_0^2 + \frac{p^2}{c^2}} \mid^2 \leftrightarrow \frac{p^2}{c^2} = m^2 - m_0^2 \leftrightarrow \frac{m^2 v^2}{c^2} = m^2 - m_0^2 \leftrightarrow m^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = m_0^2 \leftrightarrow m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

4) Multiplikation von $m(v)$ mit v liefert: $m(v) \cdot v = p(v) = \frac{m_0 \cdot v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

5) Auflösen von $p(v)$ nach $v(p)$ liefert: $p(v) = \frac{m_0 \cdot v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \mid^2 \leftrightarrow p^2 = \frac{m_0^2 \cdot v^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \leftrightarrow p^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = m_0^2 v^2 \mid \cdot c^2 \leftrightarrow p^2 (c^2 - v^2) = m_0^2 v^2 c^2 \leftrightarrow p^2 c^2 - p^2 v^2 =$

$$m_0^2 c^2 v^2 \leftrightarrow v^2 (m_0^2 c^2 + p^2) = p^2 c^2 \mid \sqrt{} \leftrightarrow v(p) = \sqrt{\frac{p^2 c^2}{p^2 + m_0^2 c^2}}$$

6) Ersetzen von p durch $F \cdot t$ und auflösen liefert: $v(t) = \sqrt{\frac{F^2 t^2 c^2}{F^2 t^2 + m_0^2 c^2}} = \sqrt{\frac{c^2 t^2}{t^2 + \frac{m_0^2 c^2}{F^2}}} = \frac{c \cdot t}{\sqrt{t^2 + \frac{m_0^2 c^2}{F^2}}} \rightarrow c \text{ für } t \rightarrow \infty$

7) Multiplikation von $m(v)$ mit c^2 liefert: $m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \mid \cdot c^2 \leftrightarrow E(v) = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \mid : h \leftrightarrow f(v) = \frac{f_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$