# Raumzeit, Viererabstand, Geodäten

*F. Herrmann* und *M.Pohlig*

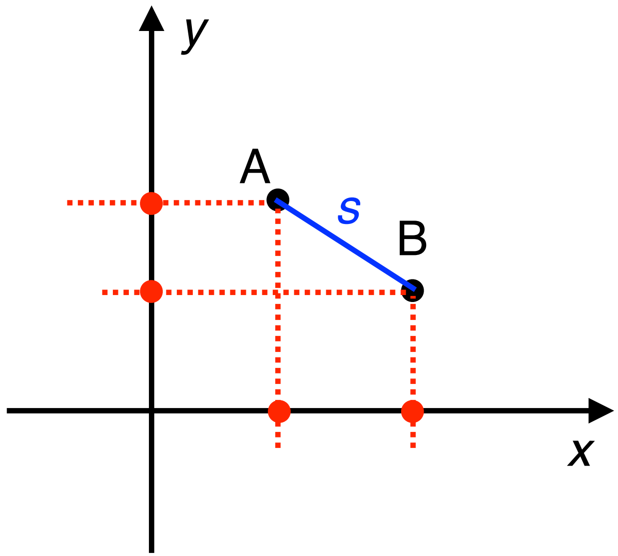
Karlsruher Institut für Technologie

www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de

1. Der flache, zweidimensionale Ortsraum
2. Die flache Raumzeit
3. Der gekrümmte, zweidimensionale Ortsraum
4. Die gekrümmte Raumzeit

Orte $A(x_A, y_A)$ $B(x_B, y_B)$

$x_A$, $y_A$, $x_B$, $y_B$ abhängig von Orientierung der Achsen.

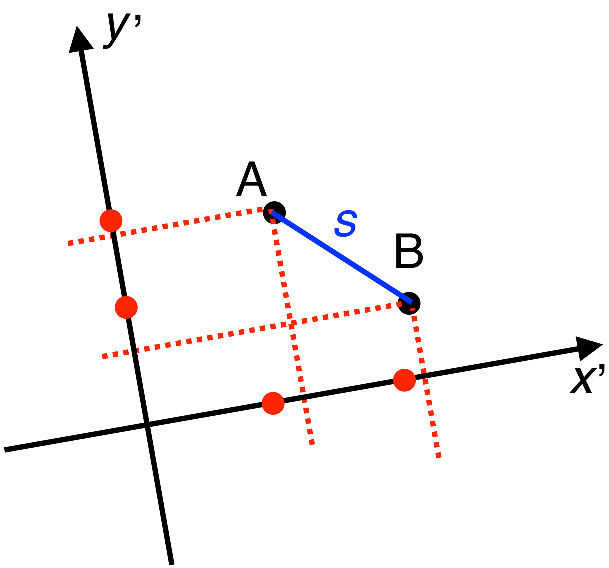



$$s^2 = (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2$$
$$= (x_A' - x_B')^2 + (y_A' - y_B')^2$$

unabhängig von Orientierung der Achsen.

Orte $A(x_A, y_A)$ $B(x_B, y_B)$

$x_A$, $y_A$, $x_B$, $y_B$ abhängig von Orientierung der Achsen.




$$s^2 = (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2$$
$$= (x_A' - x_B')^2 + (y_A' - y_B')^2$$

unabhängig von Orientierung der Achsen.

$s$ = „Abstand" zwischen A und B

gerade Verbindung: kürzester Weg von A nach B

Linie mit Krümmung null

*Lenkrad gerade stellen und blockieren.*

*Entfernung zeigt der Kilometerzähler an.*

1. Der flache, zweidimensionale Ortsraum

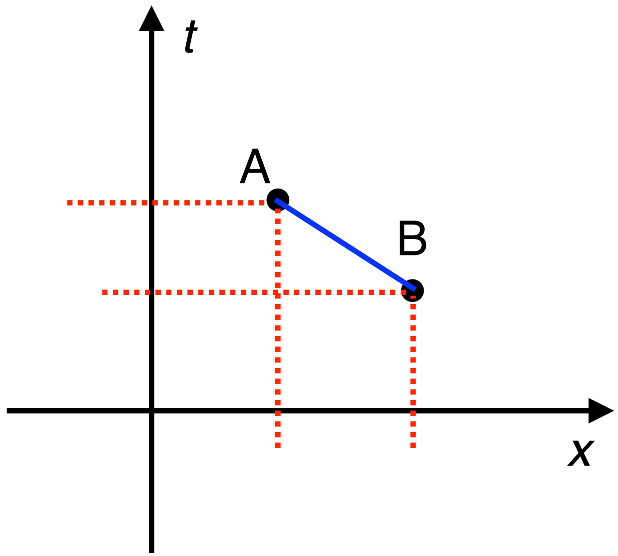
2. Die flache Raumzeit

3. Der gekrümmte, zweidimensionale Ortsraum

4. Die gekrümmte Raumzeit

Raumzeitpunkte $A(x_A, t_A)$ $B(x_B, t_B)$

$x_A$, $t_A$, $x_B$, $t_B$ abhängig vom „Bezugssystem“




$$s^2 = c^2(t_A - t_B)^2 - (x_A - x_B)^2$$
$$= c^2(t_A' - t_B')^2 - (x_A' - x_B')^2$$

unabhängig vom Bezugssystem

$s$ = Intervall, Viererabstand

gerade Verbindung: längste Zeit zwischen A und B

*frei schweben*

*Zeit mit mitgeführter Uhr messen (Eigenzeit)*

$$s^2 = c^2(t_A - t_B)^2 - (x_A - x_B)^2$$

$$ds^2 = c^2 dt^2 - d\mathbf{r}^2$$

Uhr von A nach B bewegt $\Rightarrow d\mathbf{r} = 0$

$$ds^2 = c^2 dt^2 = c^2 d\tau^2$$

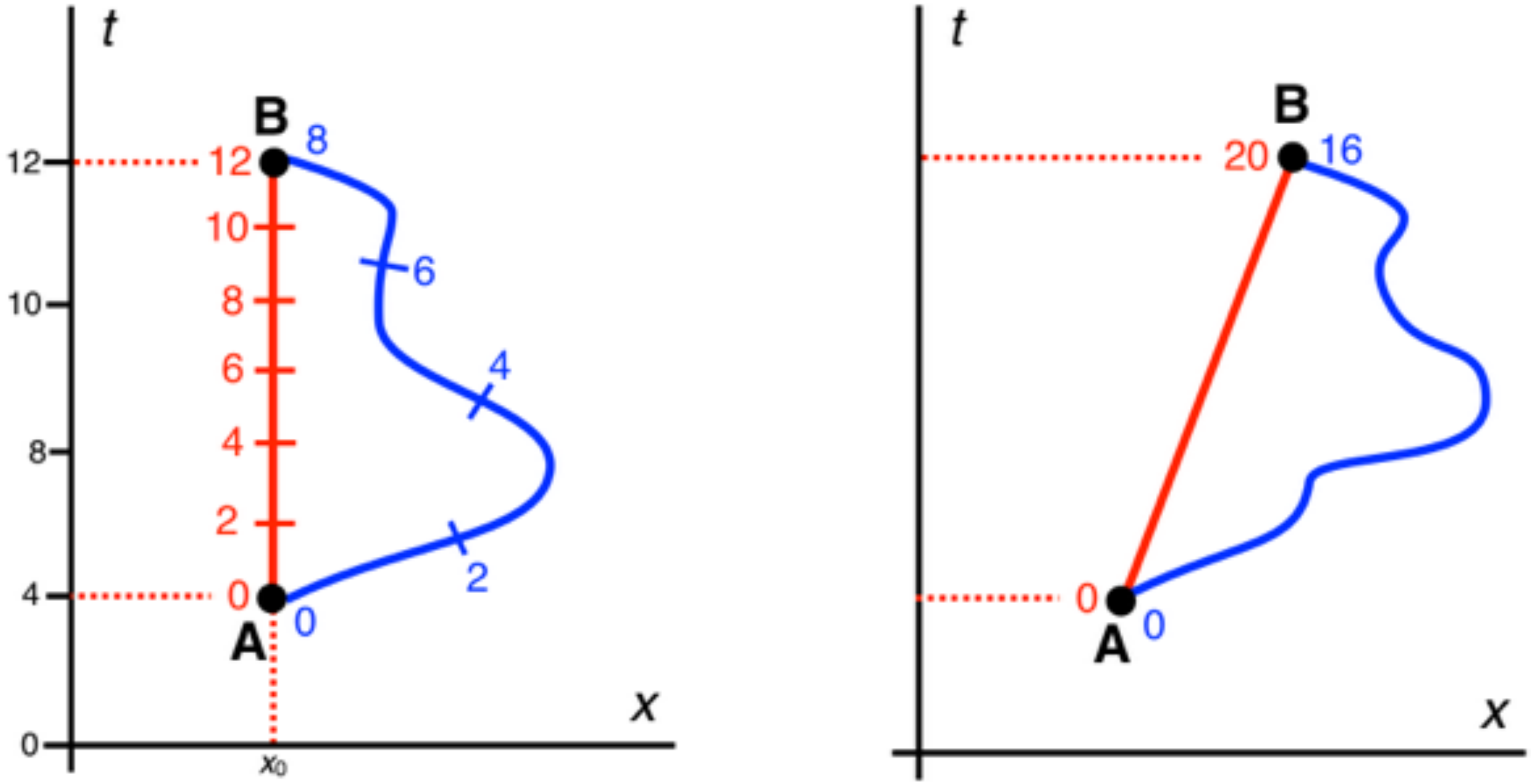
$\tau$ = Eigenzeit

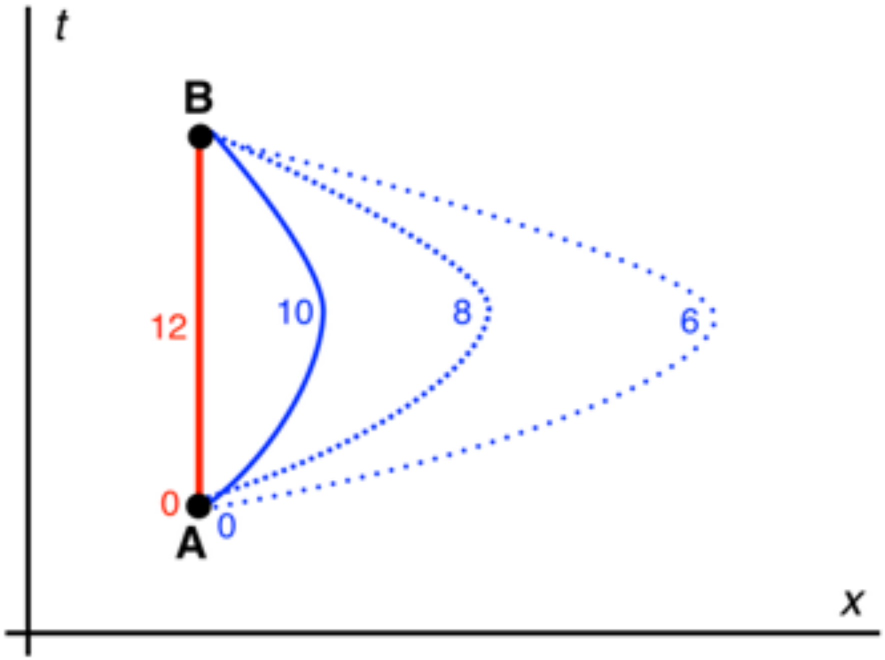
auf mitgeführter Uhr ablesen

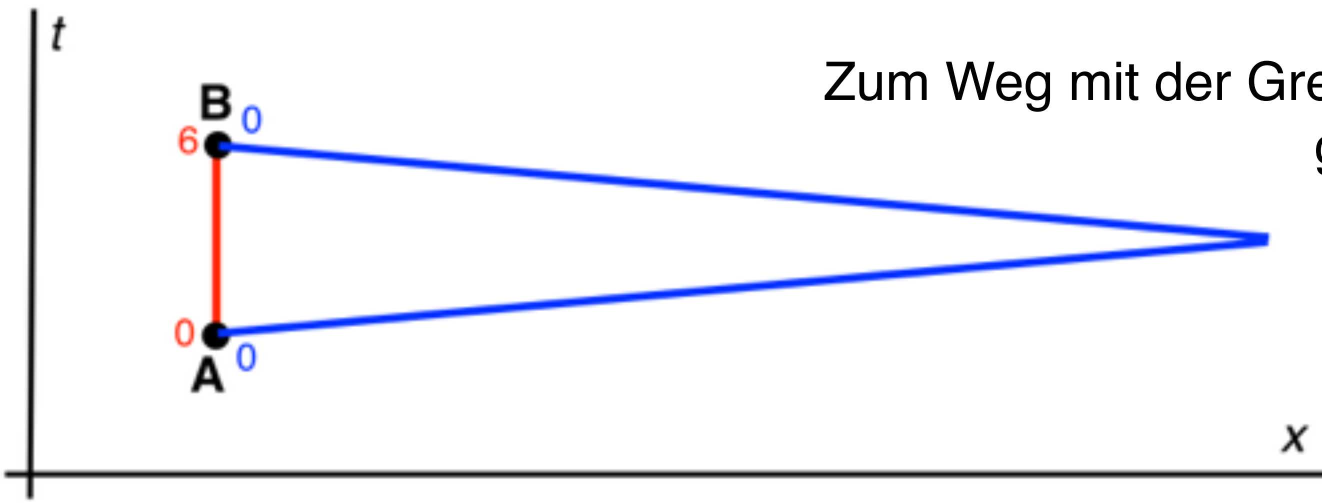
*Zwillinge auf Reisen*

Jeder nicht gerade Weg ist zeitlich kürzer als der gerade.

Zum Weg mit der höheren Geschwindigkeit gehört die kürzere Zeit.





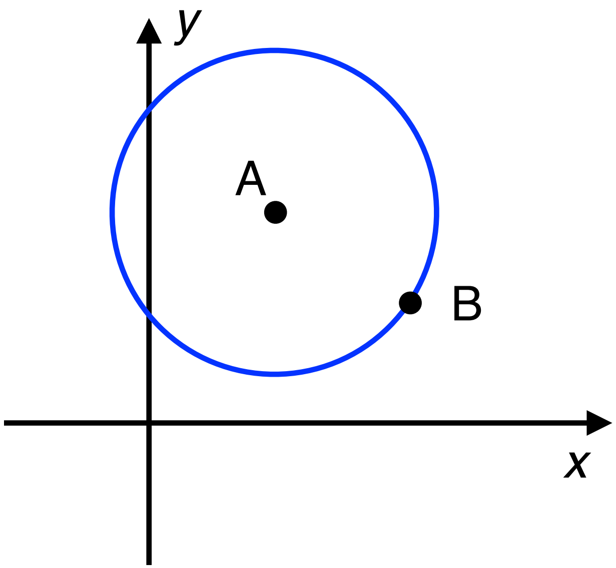

Zum Weg mit der Grenzgeschwindigkeit gehört die Zeit null.

$s^2 = (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2$

Punkte B gleicher Entfernung von A liegen auf einem Kreis.

$s^2 = c^2(t_A - t_B)^2 - (x_A - x_B)^2$

Punkte B gleicher Raumzeitentfernung von A liegen auf einer Hyperbel.

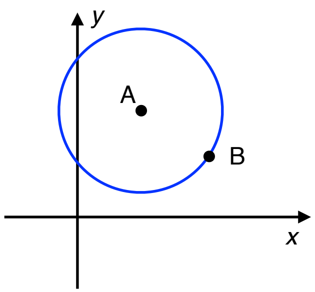


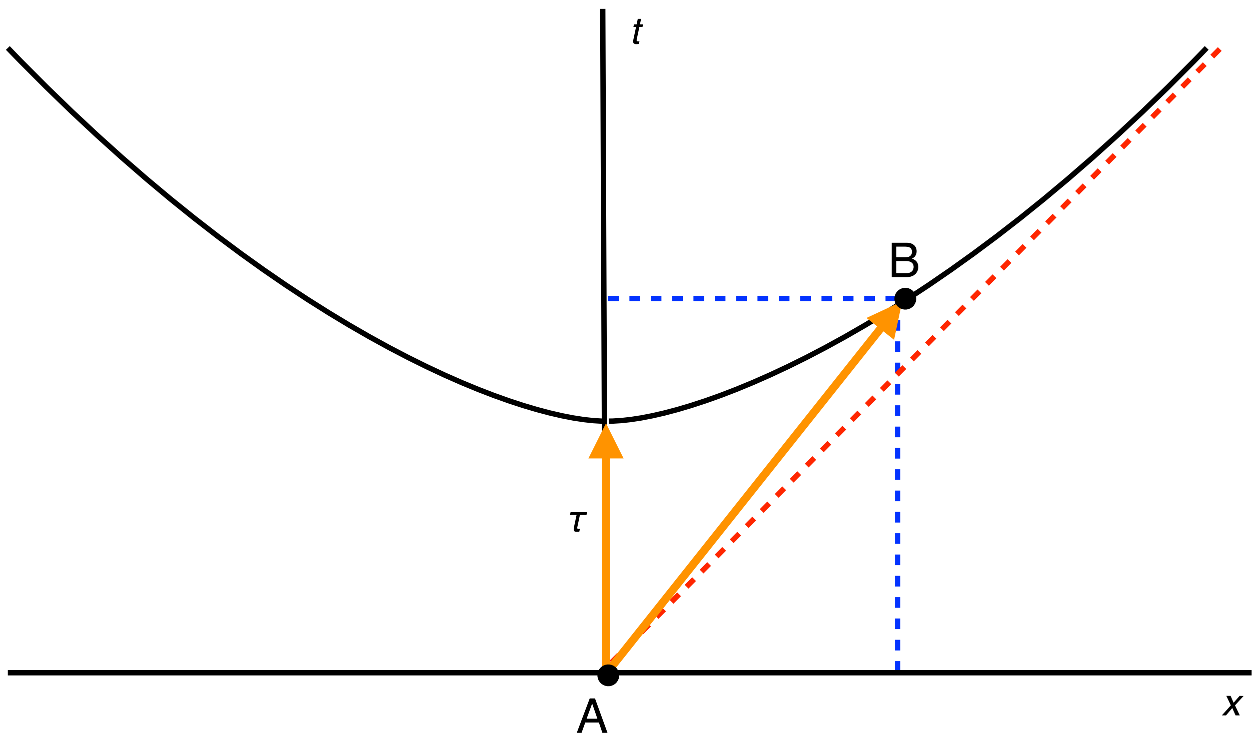
$$s^2 = (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2$$

Punkte B gleicher Entfernung von A liegen auf einem Kreis.

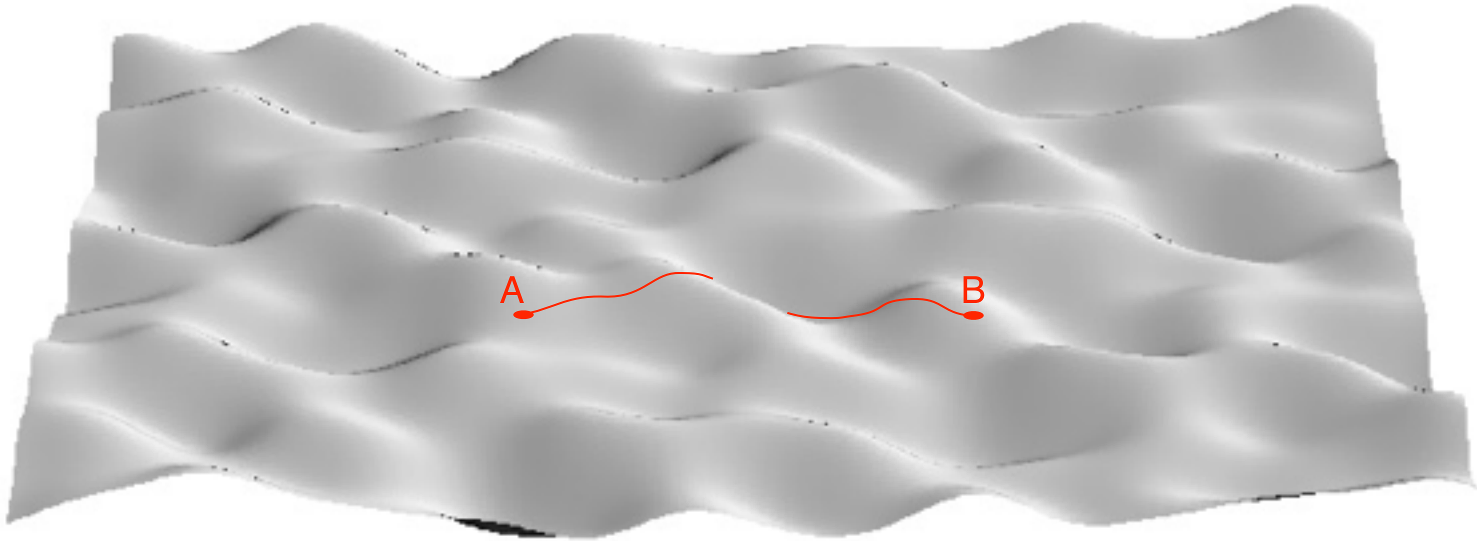
$$s^2 = c^2(t_A - t_B)^2 - (x_A - x_B)^2$$

Punkte B gleicher Raumzeitentfernung von A liegen auf einer Hyperbel.



1. Der flache, zweidimensionale Ortsraum
2. Die flache Raumzeit
3. Der gekrümmte, zweidimensionale Ortsraum
4. Die gekrümmte Raumzeit



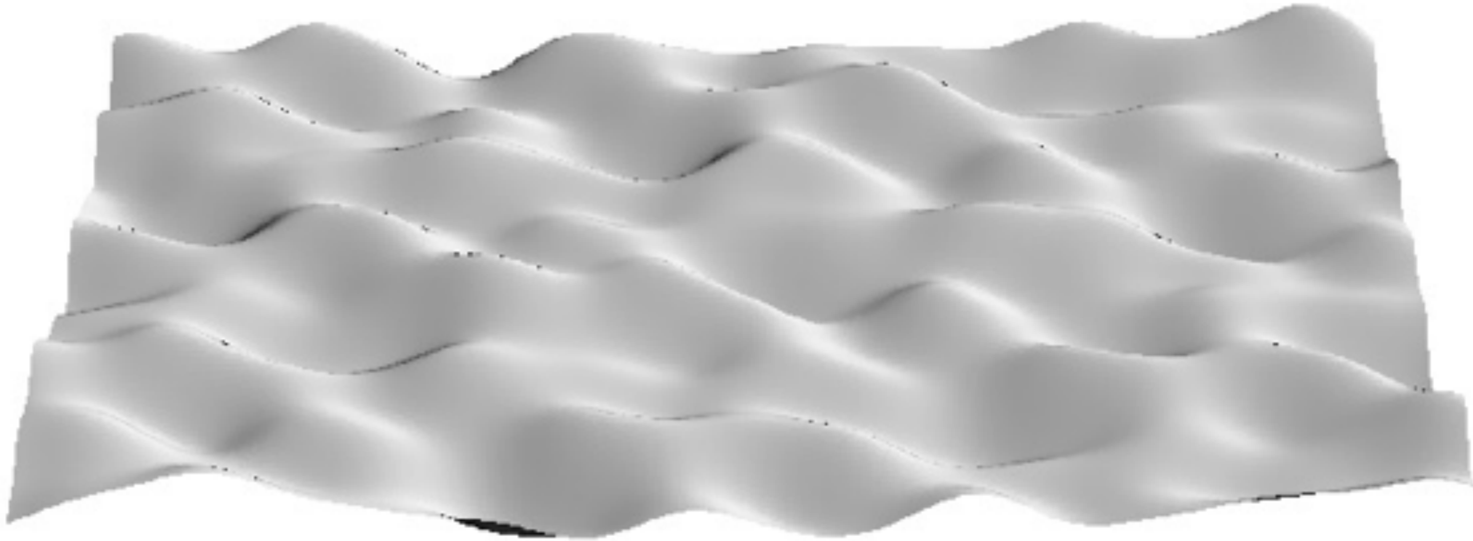

kürzester Weg:

wie früher: Lenkung auf „geradeaus“ stellen und blockieren

Ablesen der Weglänge mit km-Zähler

jeder andere, benachbarte Weg ist länger

(genauer: nicht kürzester Weg, sondern extremer Weg)



Ist der Weg gerade oder krumm?

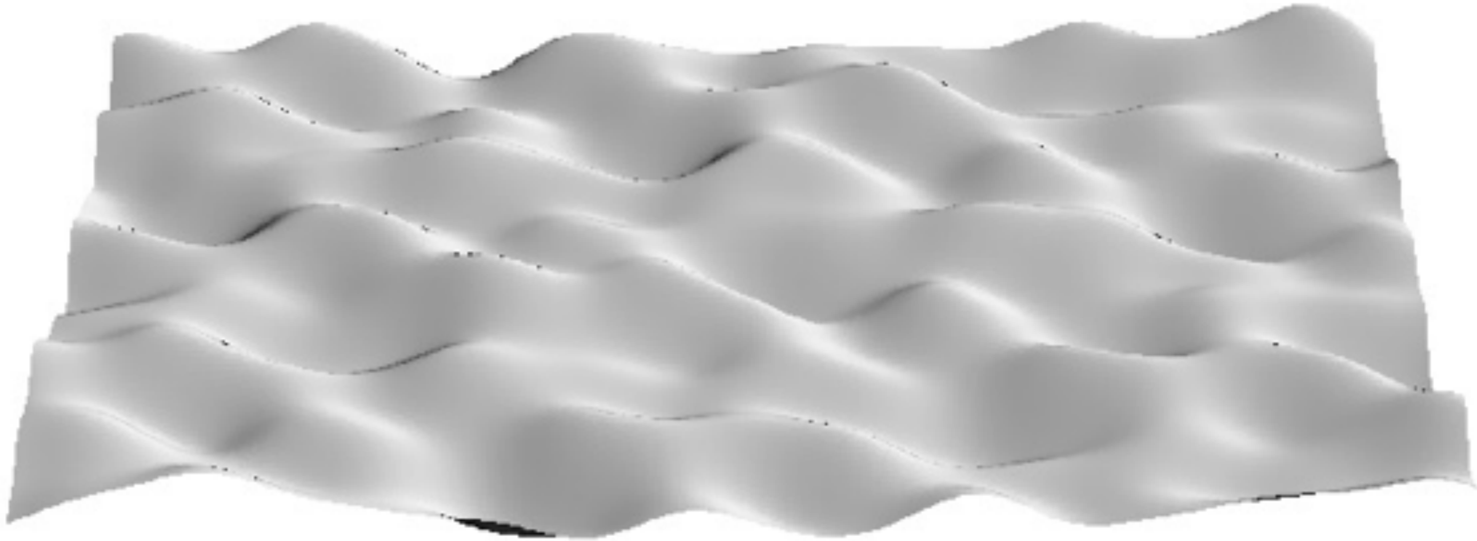
Man weicht weder nach rechts, noch nach links ab.

Gerader geht es nicht.

Trotzdem keine Gerade im Sinn der euklidischen Geometrie.

Keine Gerade, sondern *Geradeauslinie* oder Geodäte

Eine Krummheit sieht man nur, wenn man diese „Welt“ in eine dreidimensionale einbettet; aber das tun wir nicht.



Messung der Krümmung:

1. Kreis zeichnen; Umfang/$2\pi$ mit $r$ vergleichen.
2. Dreieck, Winkelsumme
3. Paralleltransport

# Chinesischer Kompasswagen

Ma Jun, 200 bis 265, evtl. viel älter; Orientierung im Nebel

1. Der flache, zweidimensionale Ortsraum
2. Die flache Raumzeit
3. Der gekrümmte, zweidimensionale Ortsraum
4. Die gekrümmte Raumzeit

Auch die gerade Weltlinien in der Raumzeit nennt man Geodäten.

Unter allen Verbindungen zwischen zwei Raumzeitpunkten gehört zu der auf einer Geodäten die längste Eigenzeit

(im Vergleich zu benachbarten Weltlinien).

EN

DE