Ein alternativer Zugang zur Relativitätstheorie

Physik der Raumzeit

F. Herrmann und *M. Pohlig*

Karlsruher Institut für Technologie

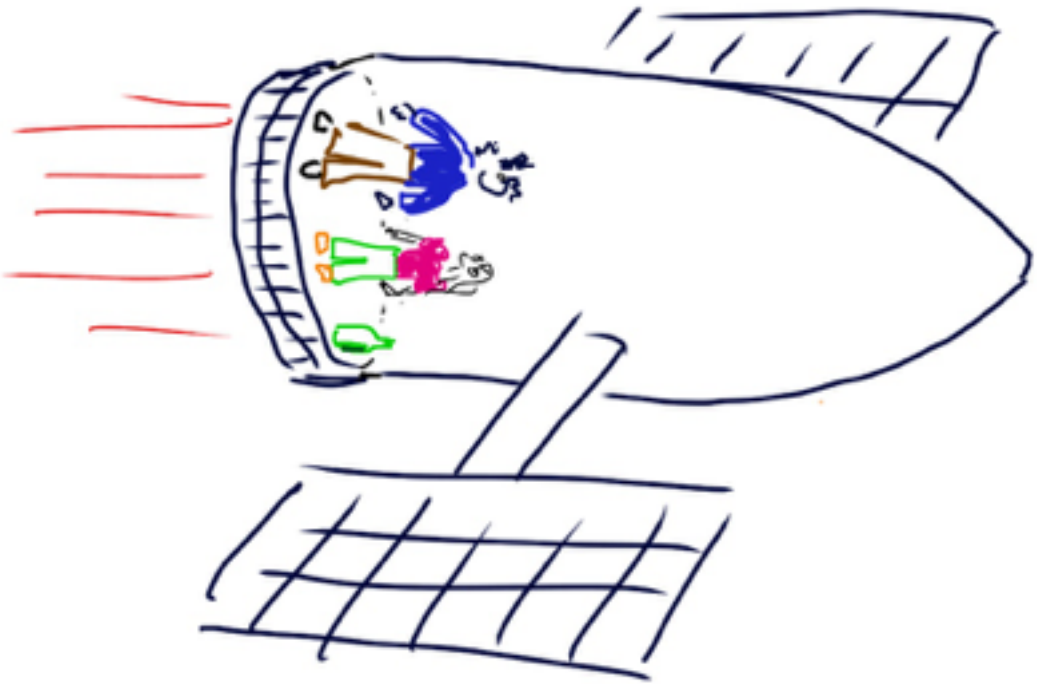
www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de

pohlig@kit.edu

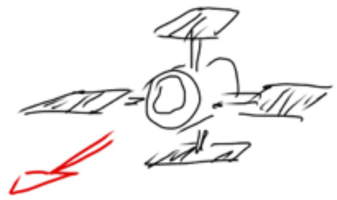
Physik der Raumzeit - Ein Unterrichtsgang

6.3 Schwebende Bezugssysteme

6.3 Schwebende Bezugssysteme



6.3 Schwebende Bezugssysteme



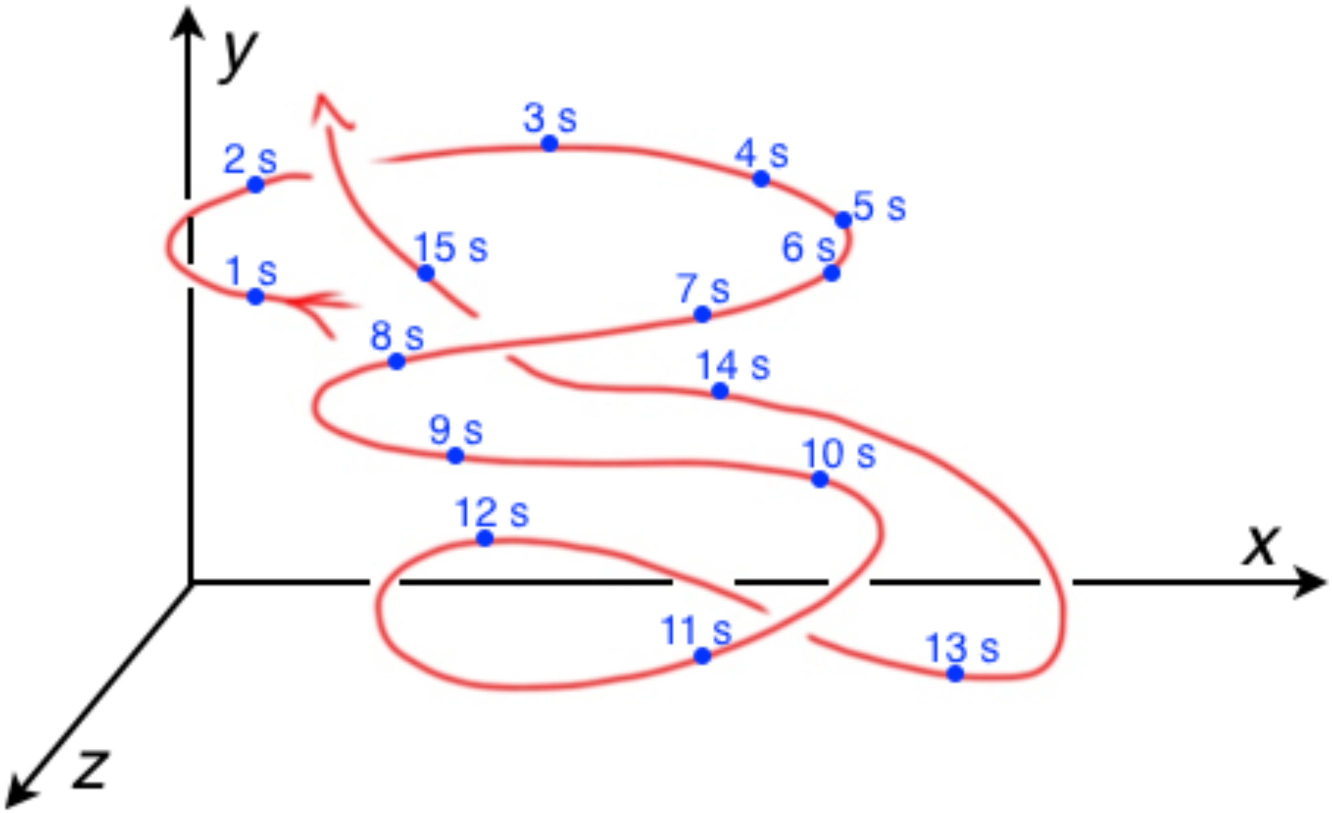
Schwebendes Bezugssystem:

Ein Körper, der sich selbst überlassen ist, bewegt sich nicht oder bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit.

In einem schwebenden Bezugssystem ist die Physik besonders einfach.

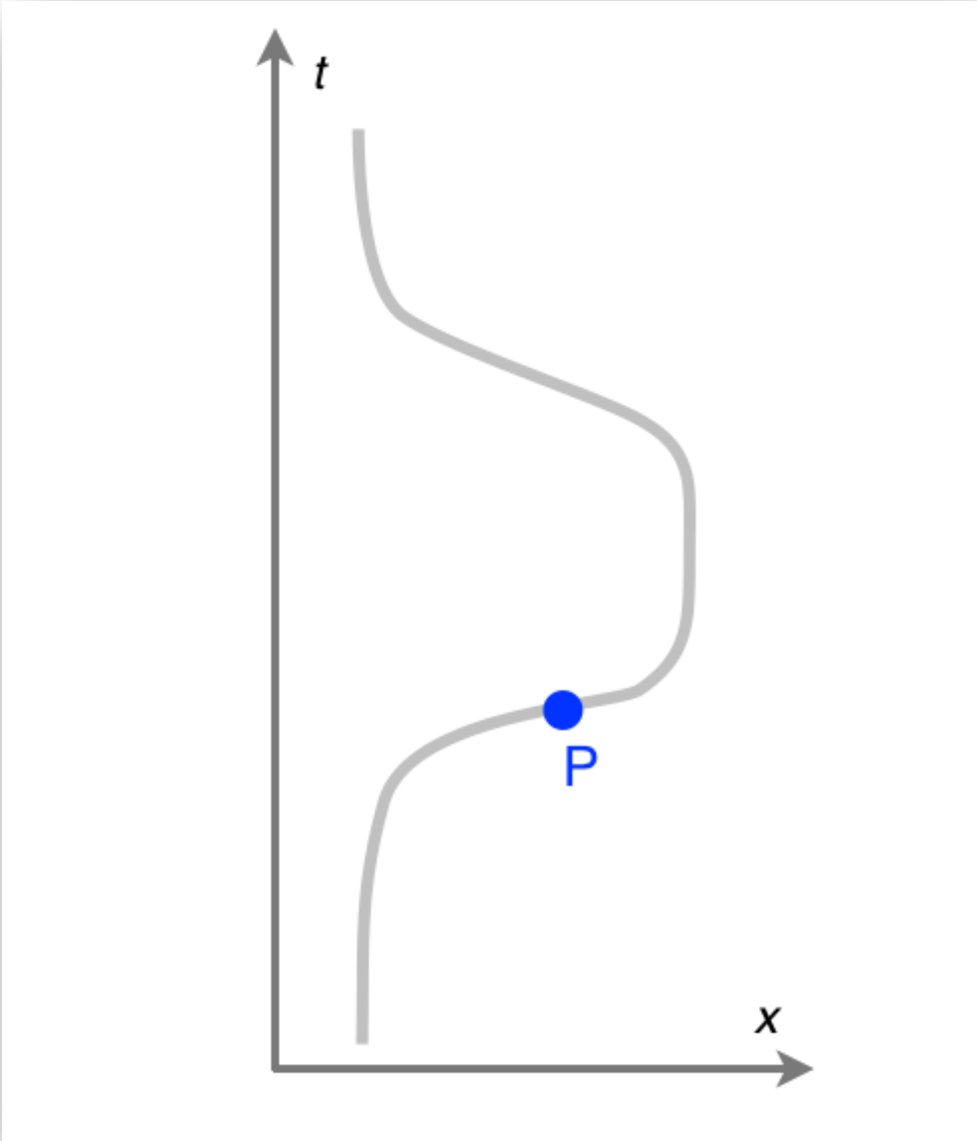
Jedes Bezugssystem, das sich mit konstanter Geschwindigkeit gegen ein schwebendes Bezugssystem bewegt, ist auch ein schwebendes Bezugssystem.

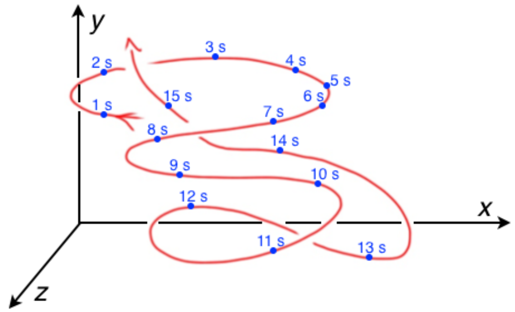
8.1 Darstellungsfragen, Bezeichnungen



Bahnkurve

8.1 Darstellungsfragen, Bezeichnungen



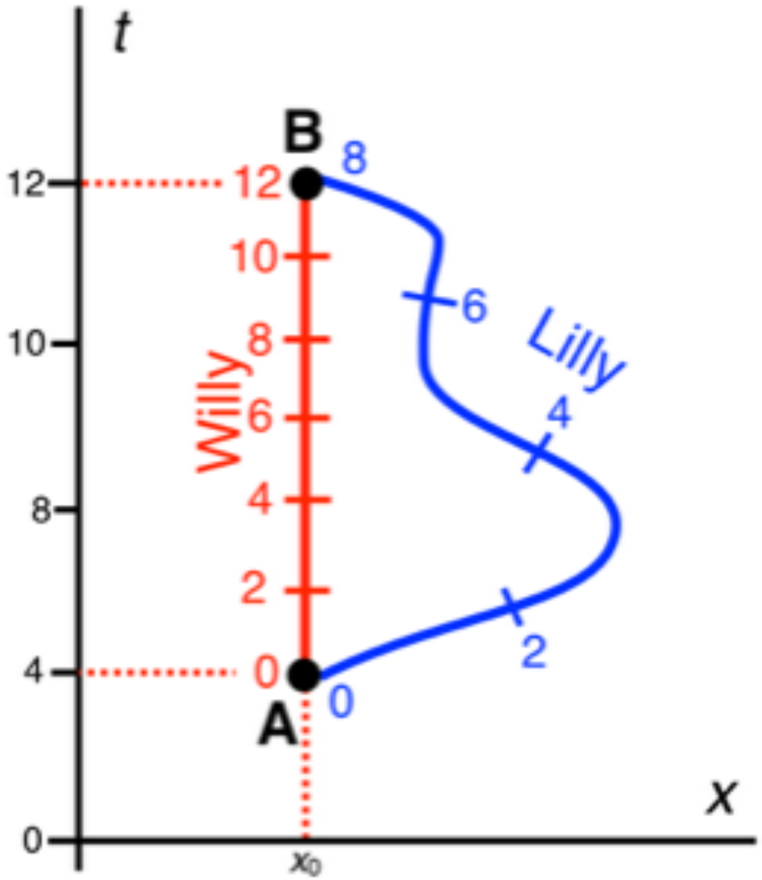


Bahnkurve

Weltlinie

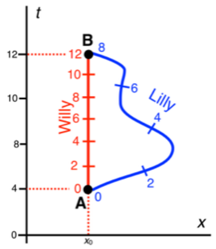
Eine Weltlinie beschreibt die Bewegung eines Körpers. Sie sagt uns, an welchem Ort sich ein Körper zu verschiedenen Zeitpunkten befindet.

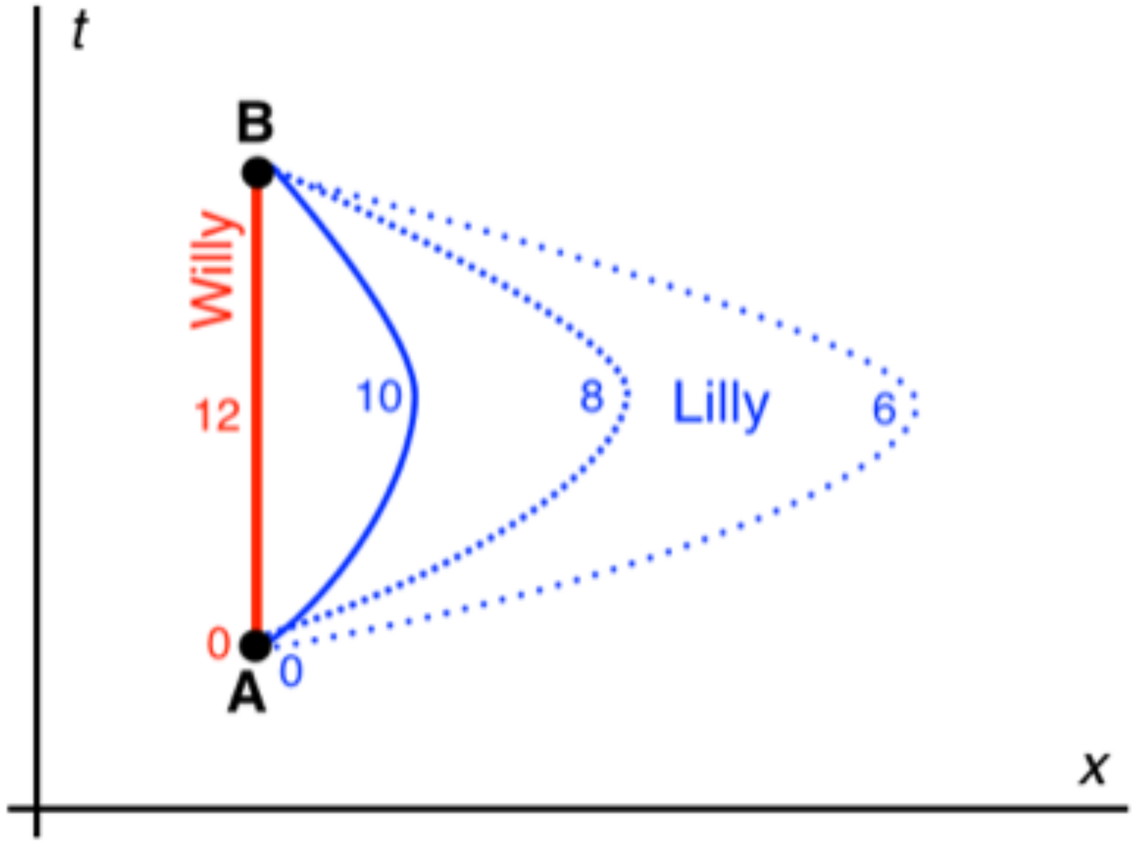
8.2 Abstand zwischen zwei Raumzeit-Punkten



Wenn sich zwei Personen mit ihren Uhren trennen (Ereignis A) und später wieder treffen (Ereignis B), so zeigen die Uhren unterschiedliche Zeiten an.

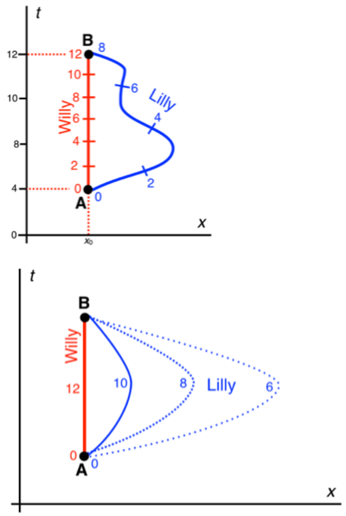
8.2 Abstand zwischen zwei Raumzeit-Punkten



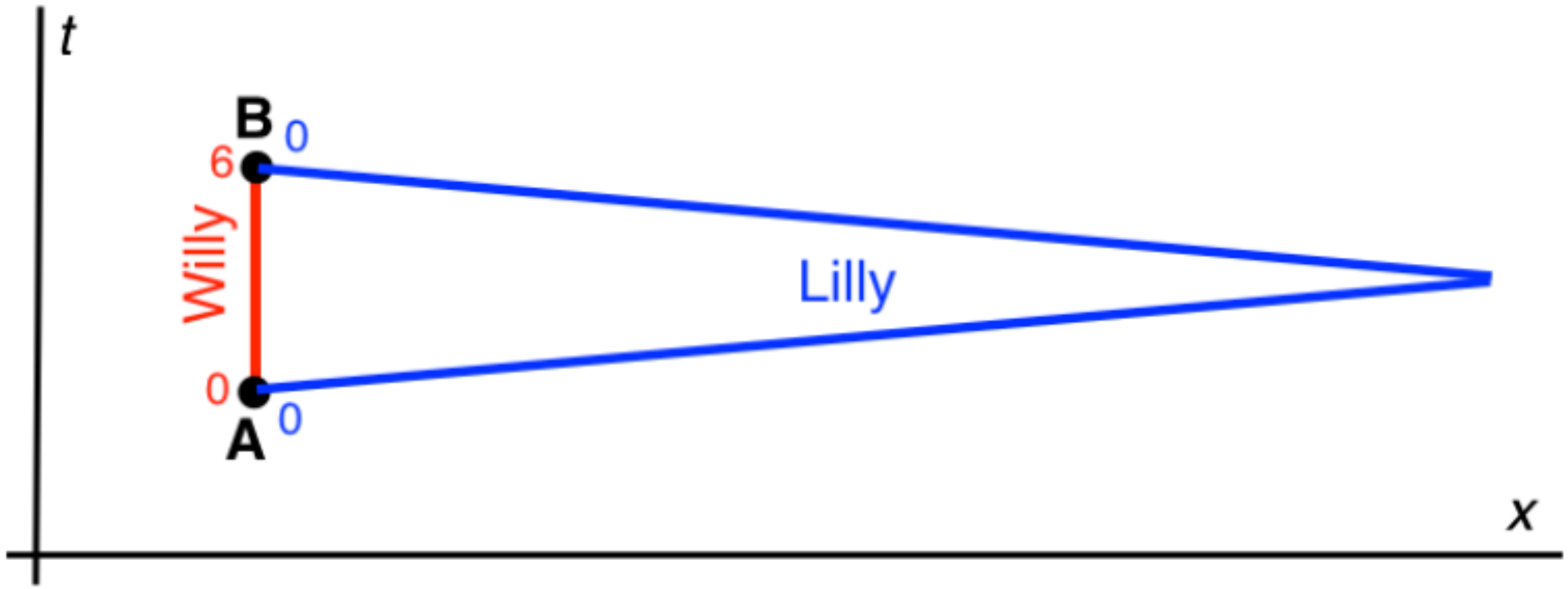


Für diejenige Person (Uhr), die sich gar nicht bewegt, vergeht die meiste Zeit.

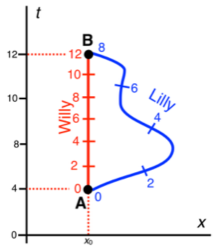
8.2 Abstand zwischen zwei Raumzeit-Punkten

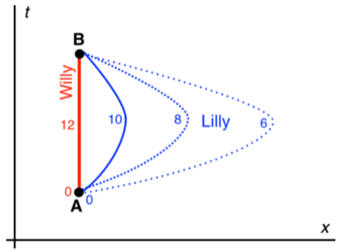


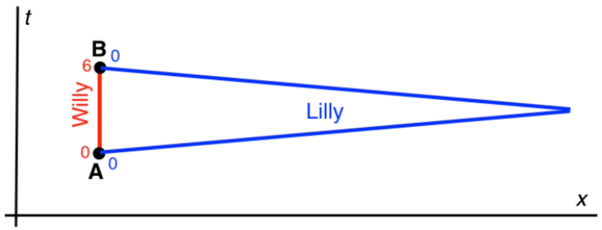
Für eine Person (Uhr), die mit (fast) der Grenz-geschwindigkeit von A nach B gelangt, vergeht (fast) keine Zeit.

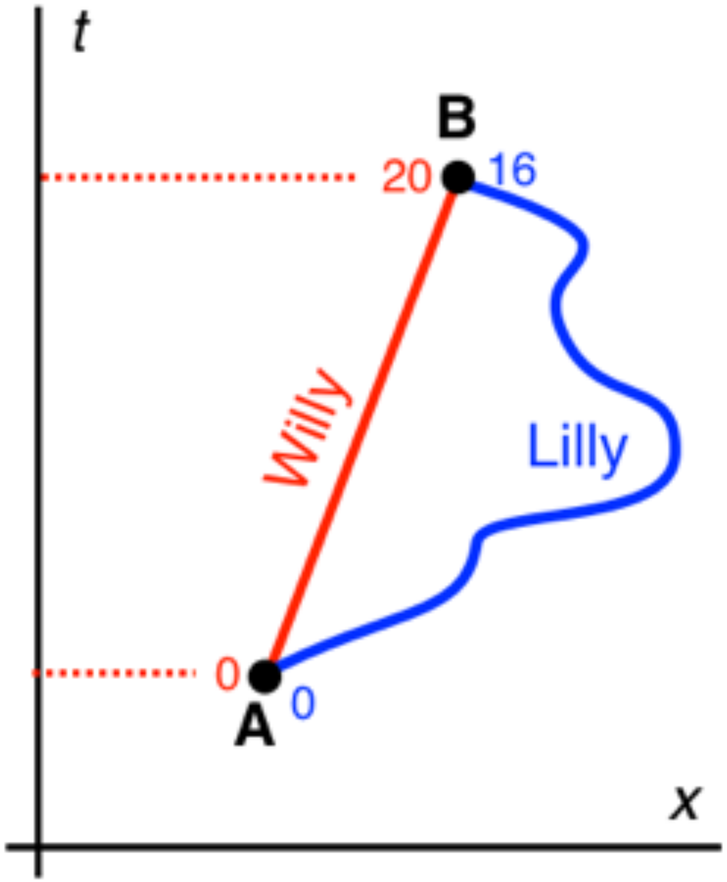


8.2 Abstand zwischen zwei Raumzeit-Punkten



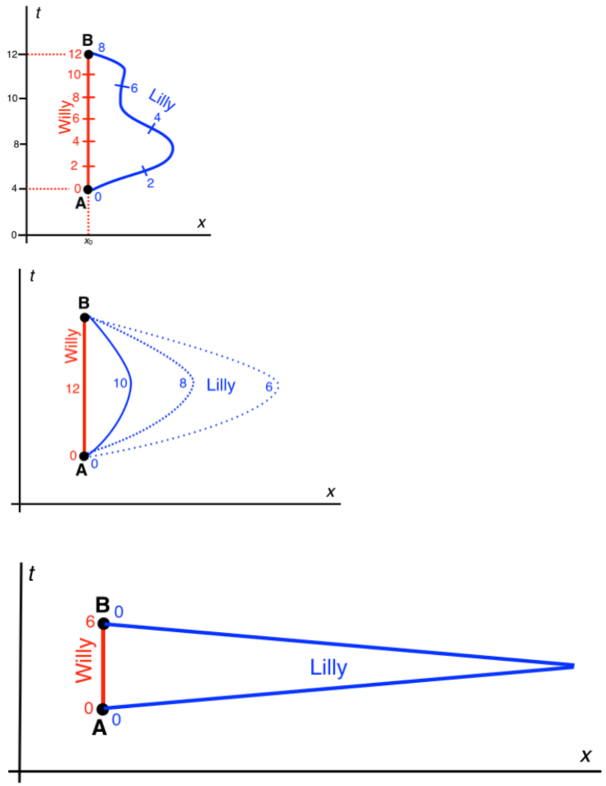


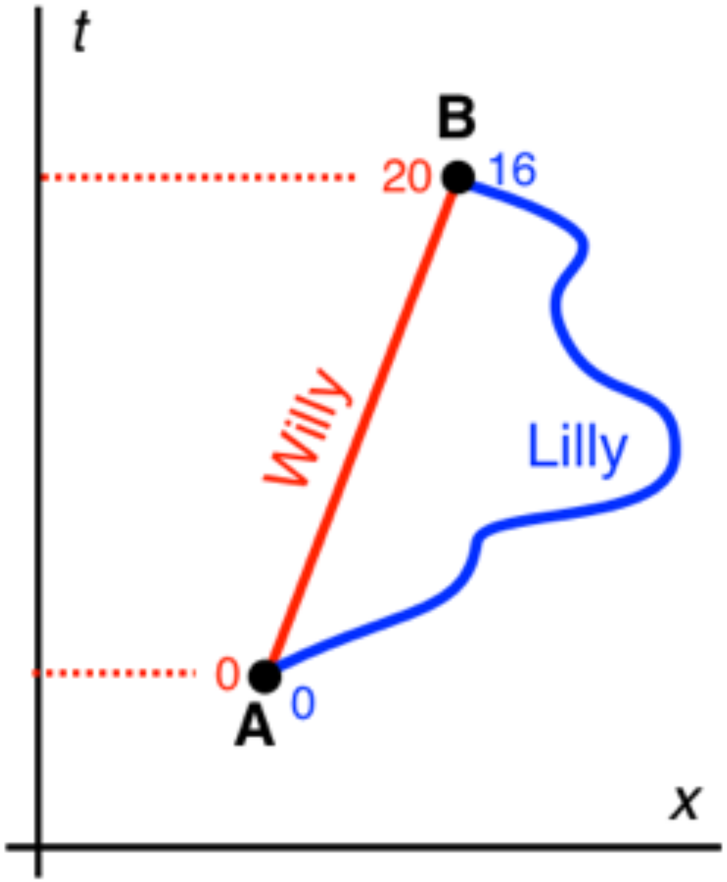




Für diejenige Person (Uhr), die sich frei schwebend bewegt, vergeht die meiste Zeit. Für eine Person (Uhr), die mit (fast) der Grenzgeschwindigkeit von A nach B gelangt, vergeht (fast) gar keine Zeit.

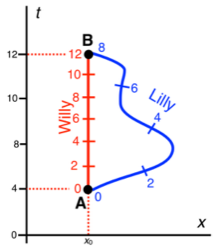
8.2 Abstand zwischen zwei Raumzeit-Punkten

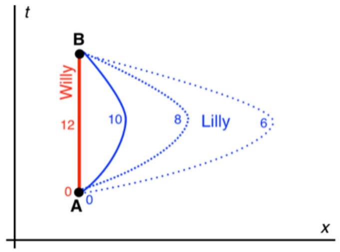


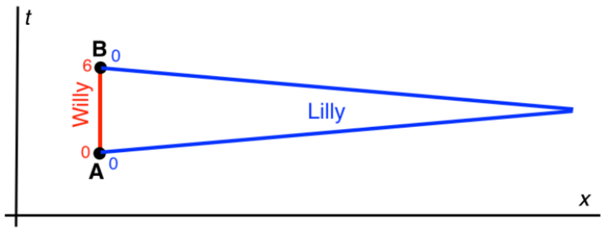


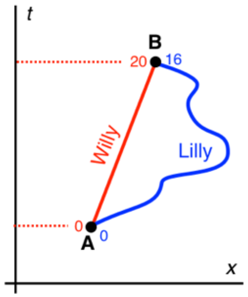
Auf der geraden Weltlinie vergeht die meiste Zeit.

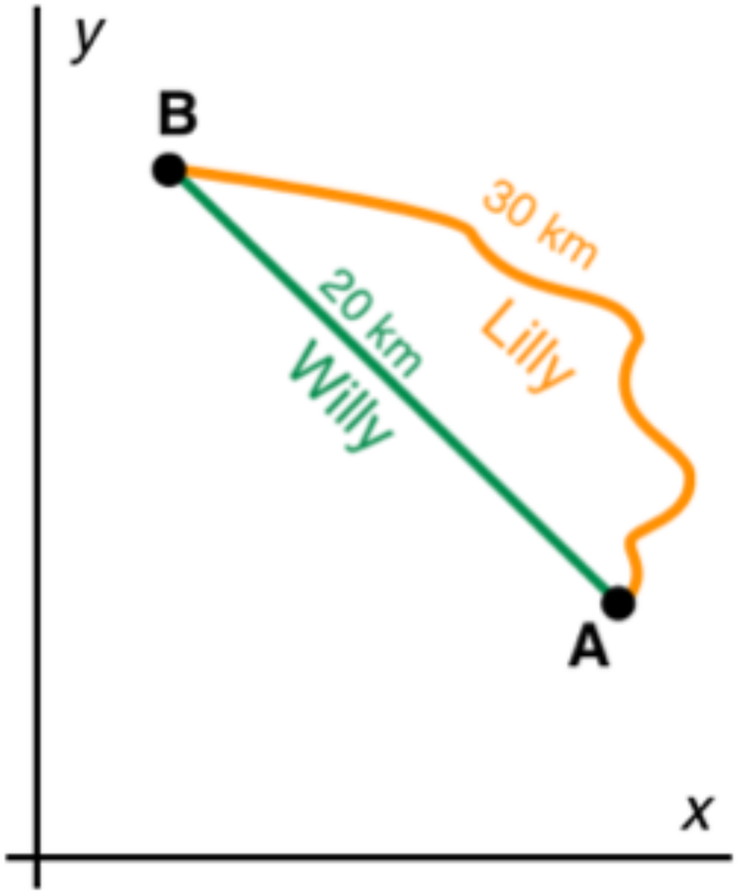
8.2 Abstand zwischen zwei Raumzeit-Punkten





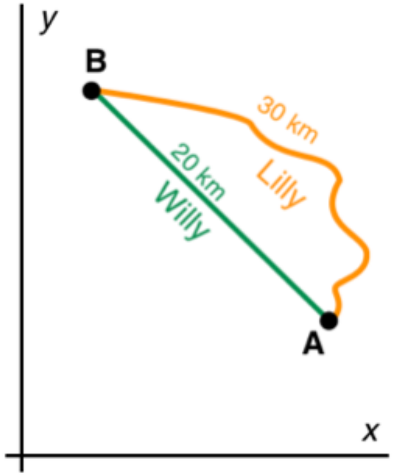


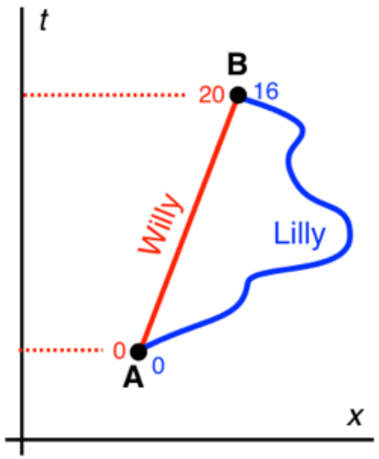




Ein alternativer Zugang zur Relativitätstheorie

8.2 Abstand zwischen zwei Raumzeit-Punkten





normaler Ortsraum	Raumzeit
Ort (Raumpunkt)	Raumzeit-Punkt
Kilometerzähler	Uhr
Bewegung auf einer Gerade: kleinste Entferung	frei schwebende Bewegung: größter zeitlicher Abstand

8.3 Zeitreisen - das Zwillingsparadoxon

$$T_k = T_g \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$v \ll c$	$T_k \approx T_g$	Alltag
$v \to c$	$T_k \to 0\text{s}$	Beschleuniger
$v = c$	$T_k = 0\text{s}$	Licht

8.3 Zeitreisen - das Zwillingsparadoxon

$$T_g - T_k = T_g\left(1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right)$$

Beispiel 2: Lilly reist im Auto

$$T_g = 2\text{h} = 7200\text{s} \qquad v = 90\frac{\text{km}}{\text{h}} = 25\frac{\text{m}}{\text{s}} \qquad c = 3 \cdot 10^8\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T_g - T_k = 25 \cdot 10^{-12}\text{s}$$

8.3 Zeitreisen - das Zwillingsparadoxon

$$T_k = T_g \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Beispiel 2: Lilly reist mit hoher Geschwindigkeit

$$T_g = 20\text{d} \qquad v = 0{,}9c \qquad c = 3 \cdot 10^8 \, \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T_k = 9\text{d}$$

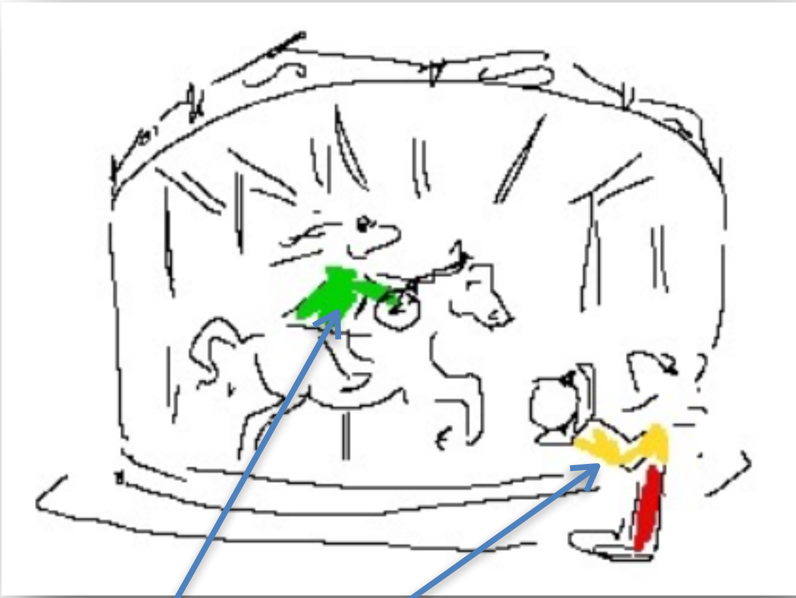
Zeitreise:
Während Willy um 20 Tage gealtert ist, ist Lilly 9 Tage älter geworden.

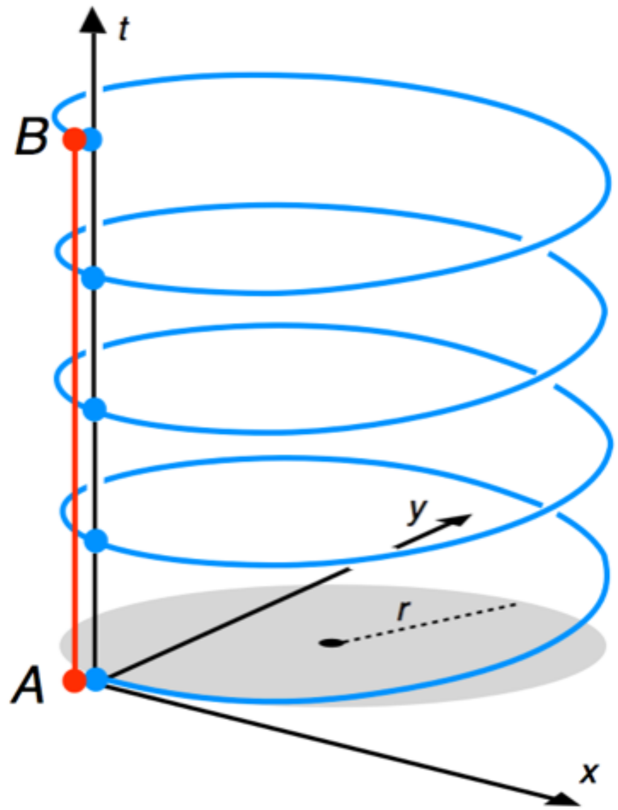
8.3 Zeitreisen - das Zwillingsparadoxon

Zwei Personen W und L trennen sich (Ereignis A) und treffen sich wieder (Ereignis B). W bewegt sich frei schwebend, L bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit *v* (gleicher Betrag von *v* auf Hin- und Rückweg). Wenn dabei für W die Zeit T_g vergeht, so vergeht für L die Zeit

$$T_k = T_g \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

8.4 Bewegung auf einer Kreisbahn GPS



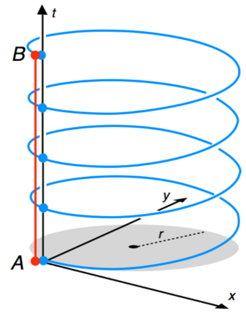


$$T_g = T$$

$$T_k = T_g \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \qquad v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$T_g - T_k = T_g \left(1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right) = T \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4\pi^2 r^2}{c^2 T^2}} \right)$$

8.4 Bewegung auf einer Kreisbahn GPS



$$T_g - T_k = T_g\left(1-\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\right) \quad = T\left(1-\sqrt{1-\frac{4\pi^2 r^2}{c^2 T^2}}\right)$$

$$= 4\cdot 10^{-16}\,\text{s}$$

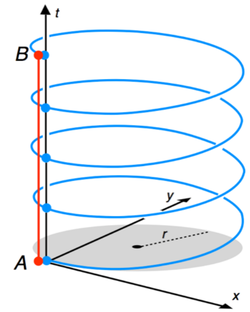
$$T = 5\,\text{s}$$

$$r = 3\,\text{m}$$

Effekt bemerkbar

- wenn Maßgenauigkeit sehr hoch ist.
- wenn Geschwindigkeit sehr hoch ist

8.4 Bewegung auf einer Kreisbahn GPS



Beispiel GPS

$$T_g - T_k = T_g\left(1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right) = T\left(1 - \sqrt{1 - \frac{4\pi^2 r^2}{c^2 T^2}}\right)$$

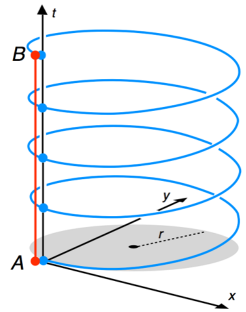
$$= 3{,}6 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{s}$$

$$T = 12\,\mathrm{h} = 43\,200\,\mathrm{s}$$

$$r = 26\,600\,000\,\mathrm{m}$$

8.4 Bewegung auf einer Kreisbahn GPS

Beispiel Myonenbeschleuniger



$$T_g = \frac{T_k}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$= 69{,}6\,\mu s$$

$$T = \tau = 2{,}2\,\mu s$$

$$v = 0{,}9995\,c$$

Für die Laboruhr ist 32 mal so viel Zeit vergangen, wie für die „Uhr des Myons“.

8.5 Der Raumzeit-Abstand

Größen, die bei Bezugssystem Ihre Werte ändern
- Energie
- Impuls
- ….

Größen, die bei Bezugssystem Ihre Werte **nicht** ändern
- Ladung
- Entropie
- ….

räumliche und zeitliche Abstände?

$$c^2\Delta t^2 - \Delta x^2$$

$$c^2\Delta t^2 - \Delta x^2 = c^2\Delta t'^2 - \Delta x'^2$$

$$\Delta s = \sqrt{c^2\Delta t^2 - \Delta x^2}$$

8.5 Der Raumzeit-Abstand

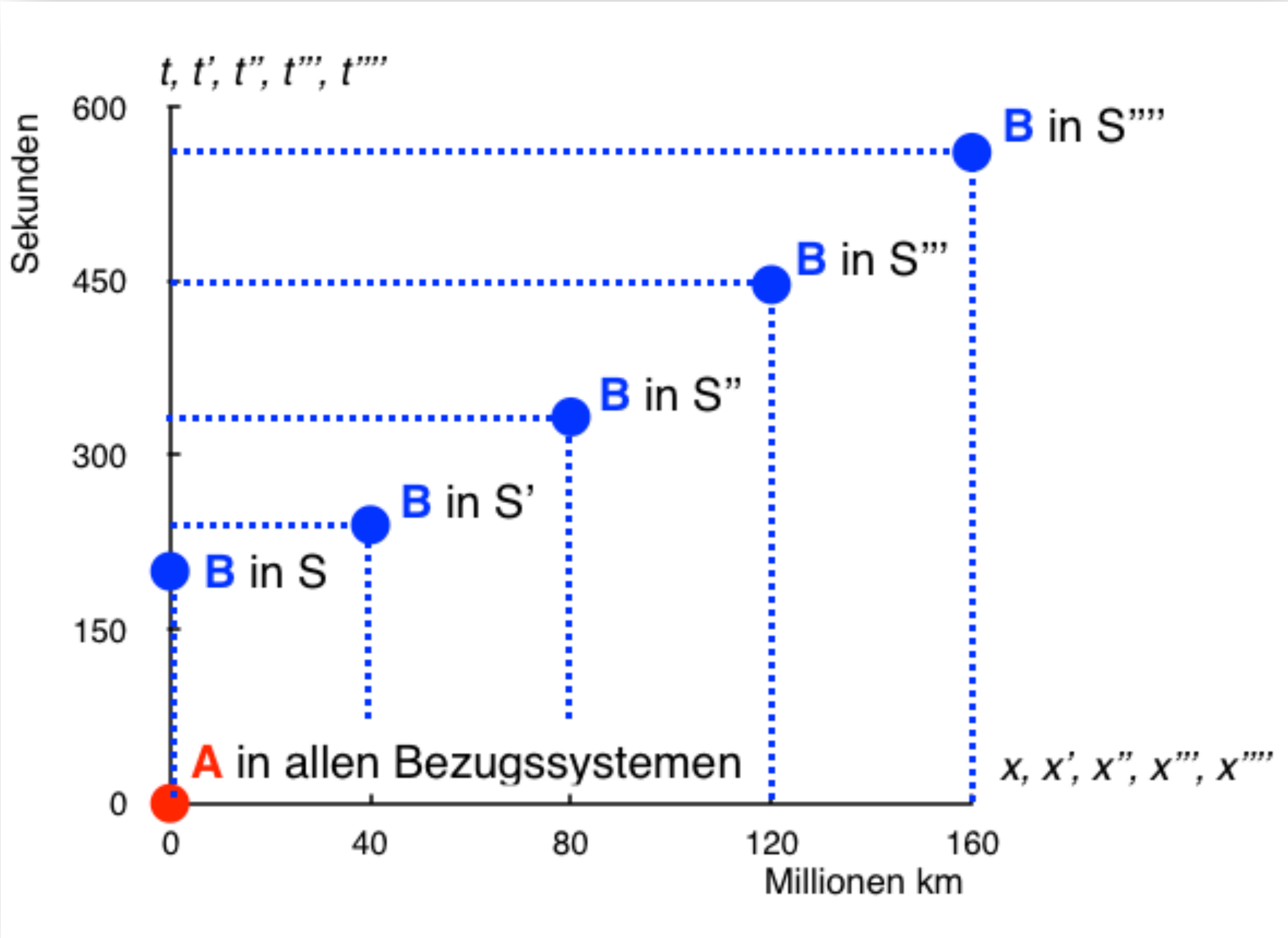
Die Werte von räumlichen Abständen und Zeitintervallen hängen vom Bezugssystem ab. Der Raumzeit-Abstand

$$\Delta s = \sqrt{c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2}$$

ist unabhängig vom Bezugssystem.

8.5 Der Raumzeit-Abstand

$$\Delta s = \sqrt{c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2}$$



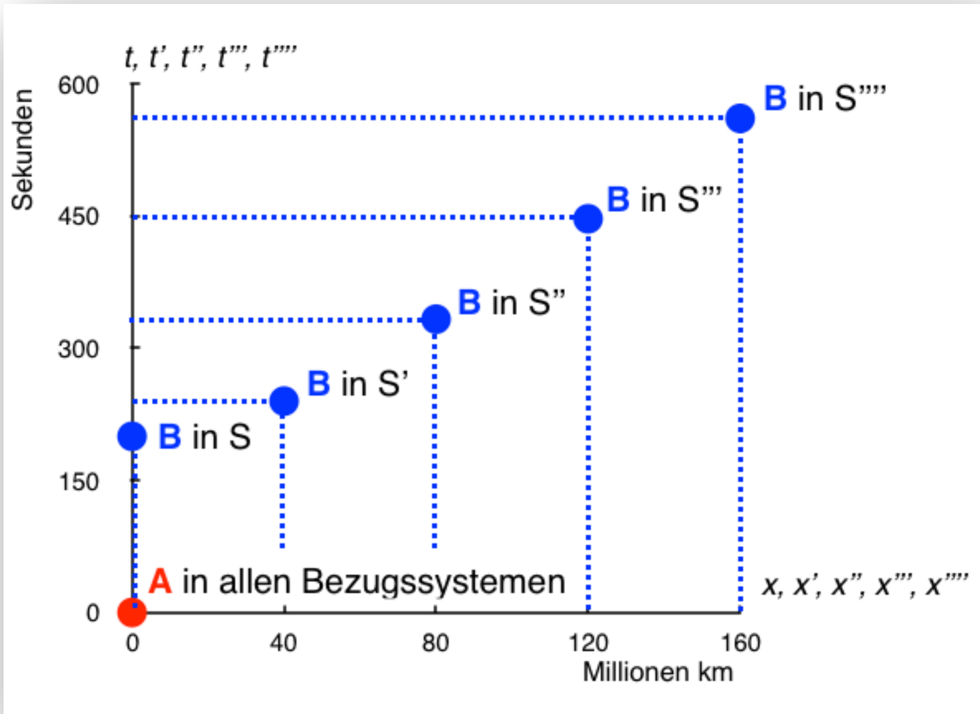
8.5 Der Raumzeit-Abstand

$$\Delta s = \sqrt{c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2}$$

$$\boxed{\Delta s} = \sqrt{c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2} = \sqrt{c^2 \Delta t^2} = c\Delta t = 3 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s} \cdot 200\mathrm{s} = \boxed{60 \cdot 10^9\,\mathrm{m}}$$

$$\Delta x = 0$$

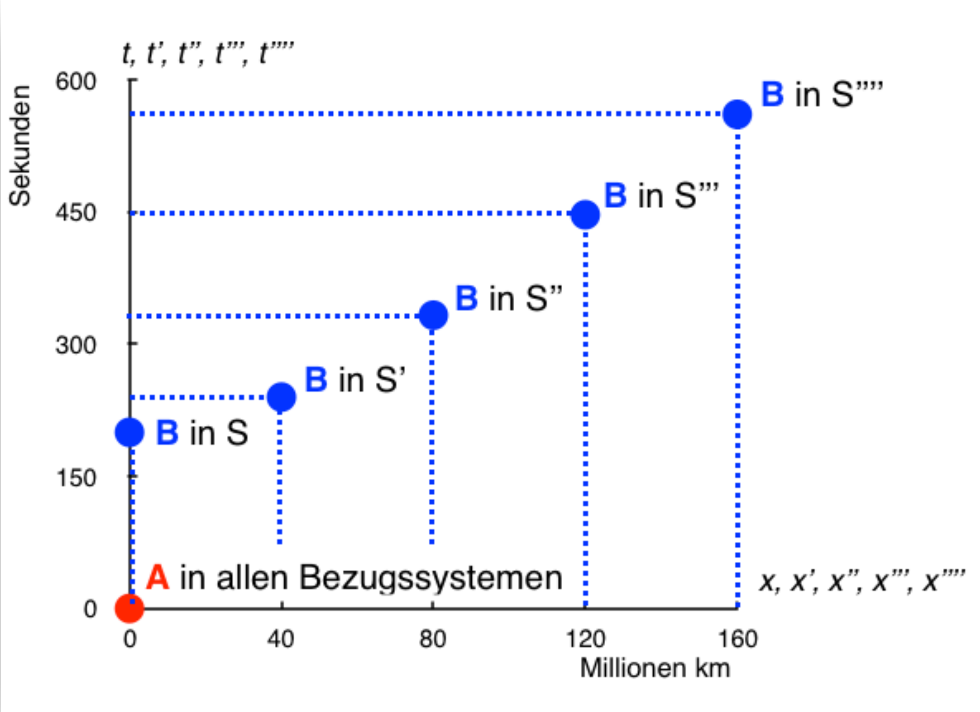
$$\Delta t = 200\mathrm{s}$$



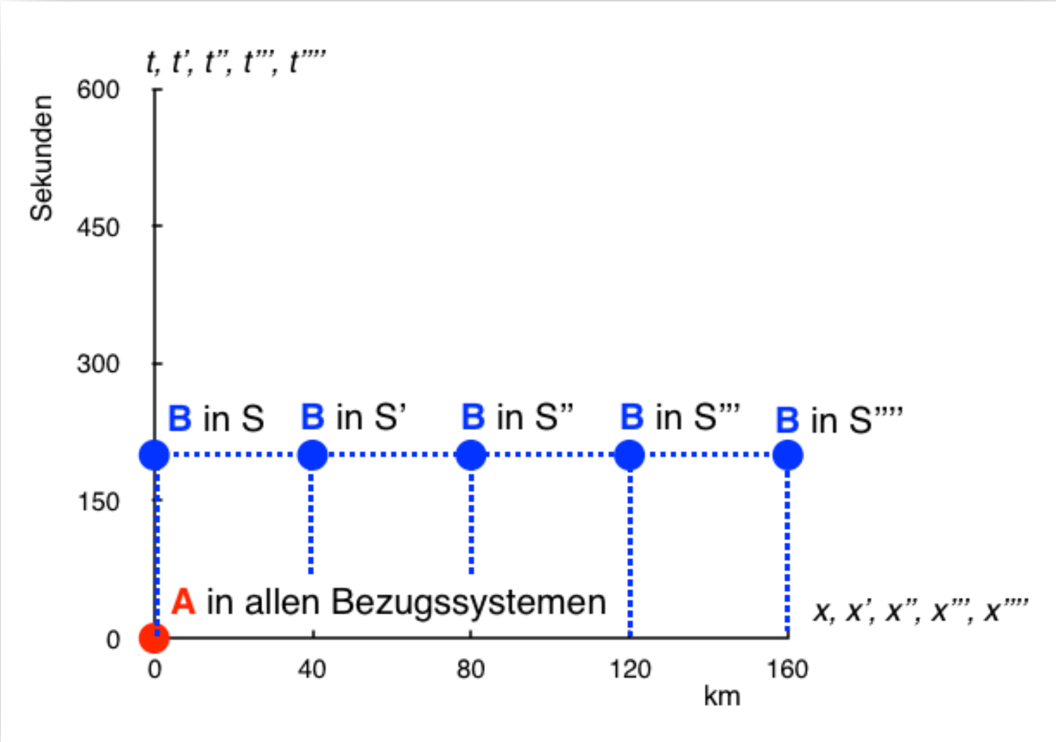
Ein alternativer Zugang zur Relativitätstheorie

Bezugs-system	räumlicher Abstand	zeitlicher Abstand	Raumzeit-Abstand	Geschwindigkeit relativ zu S
S	0	200 s	$60 \cdot 10^9$ m	0 m/s = 0 c
S’	$40 \cdot 10^9$ m	240 s	$60 \cdot 10^9$ m	$1{,}67 \cdot 10^8$ m/s = 0,56 c
S”	$80 \cdot 10^9$ m	333 s	$60 \cdot 10^9$ m	$2{,}40 \cdot 10^8$ m/s = 0,8 c
S”’	$120 \cdot 10^9$ m	447 s	$60 \cdot 10^9$ m	$2{,}68 \cdot 10^8$ m/s = 0,89 c
S””	$160 \cdot 10^9$ m	571 s	$60 \cdot 10^9$ m	$2{,}85 \cdot 10^8$ m/s = 0,95 c

$$\Delta x = 0$$
$$\Delta t = 200\text{s}$$



8.5 Der Raumzeit-Abstand

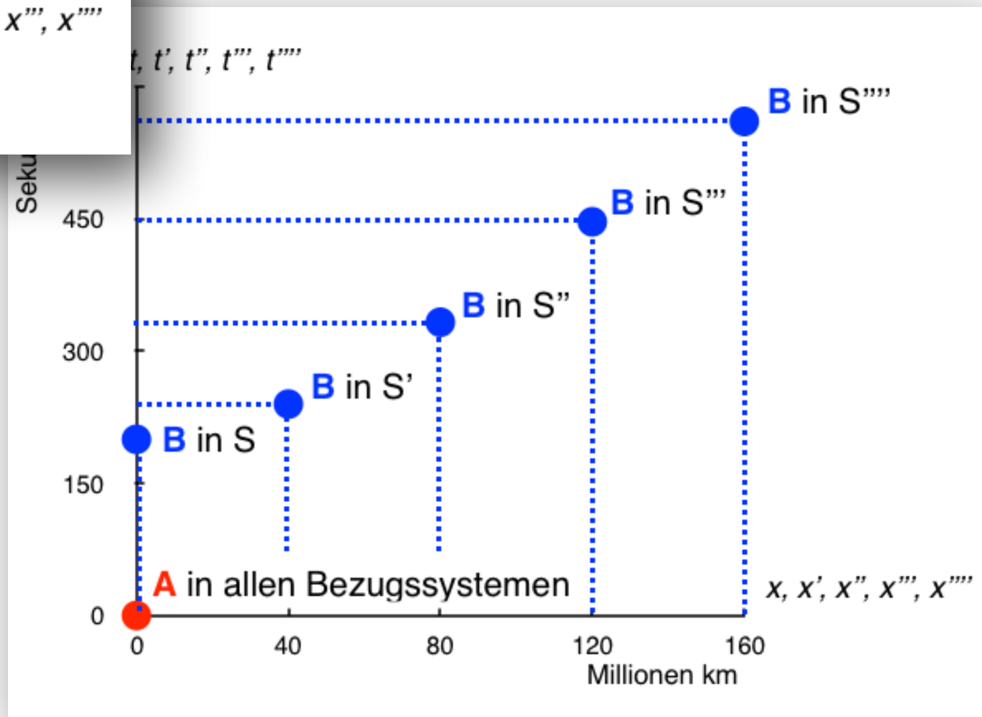


$$\Delta s = \sqrt{c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2}$$

$$= 3 \cdot 10^8 \,\mathrm{m/s} \cdot 200\mathrm{s} = \boxed{60 \cdot 10^9 \mathrm{m}}$$

$$\Delta x = 0$$

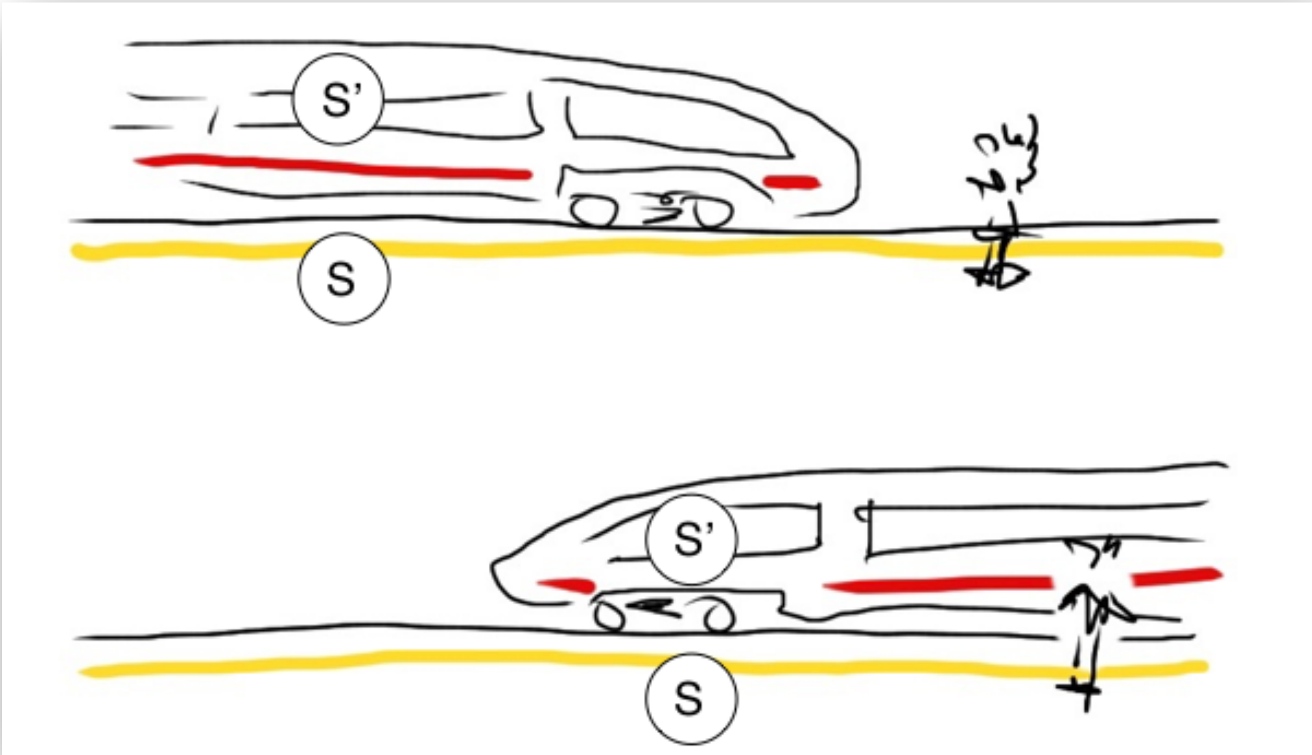
$$\Delta t = 200\mathrm{s}$$



8.6 Längen und Zeitdauer bei Bezugssystemwechsel

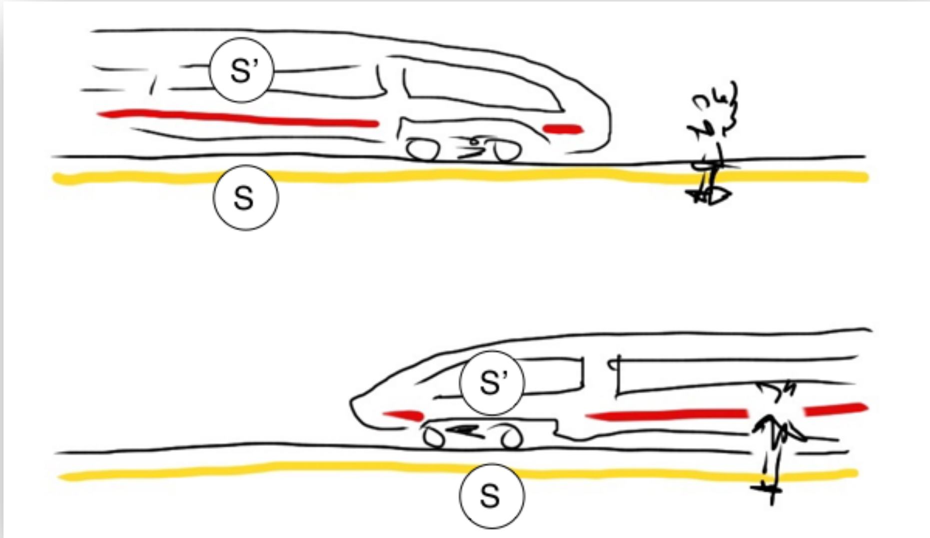
In diesem Kapitel werden folgende Fragen beantwortet:

- Wie ändert sich die Länge *L* eines Gegenstandes bei Bezugssystemwechsel?
- Wie ändert sich die Dauer *T* eines Vorgangs bei Bezugssystemwechsel?



8.6 Längen und Zeitdauer bei Bezugssystemwechsel

$$c^2\Delta t^2 - \Delta x^2 = c^2\Delta t'^2 - \Delta x'^2$$



$$\Delta x = 0 \qquad \Delta x' = L_0$$

$$\Delta t = L/v \qquad \Delta t' = L_0/v$$

A: Zuganfang fährt bei Willy vorbei.
B: Zugende fährt bei Willy vorbei.

$$\Delta x = 0 \qquad \Delta x' = vT$$

$$\Delta t = T_0 \qquad \Delta t' = T$$

$$L = L_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \qquad T = \frac{T_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

8.6 Längen und Zeitdauer bei Bezugssystemwechsel

Die Länge eines Gegenstandes ist bezugssystemabhängig:

$$L = L_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

L_0 = Eigenlänge, Länge im Bezugssystem, in dem der Körper ruht

L = Länge im Bezugssystem, das sich gegen den Körper mit v bewegt.

Die Dauer eines Vorgangs ist bezugssystemabhängig:

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

T_0 = Eigenzeit, Zeitdauer in Bezugssystem, in dem die Uhr ruht

T = Zeit in Bezugssystem, die mit v bewegte Uhr anzeigt.

8.7 Die Gleichzeitigkeit ist nicht mehr was sie einmal war

Ereignis A: Springen des Zeigers am Hauptbahnhof Karlsruhe
Ereignis B: Springen des Zeigers am Hauptbahnhof Mannheim

$$c^2\Delta t^2 - \Delta x^2 = c^2\Delta t'^2 - \Delta x'^2$$

Willy steht am Bahnsteig: $\Delta t = 0$ $\quad -\Delta x^2 = c^2\Delta t'^2 - \Delta x'^2$

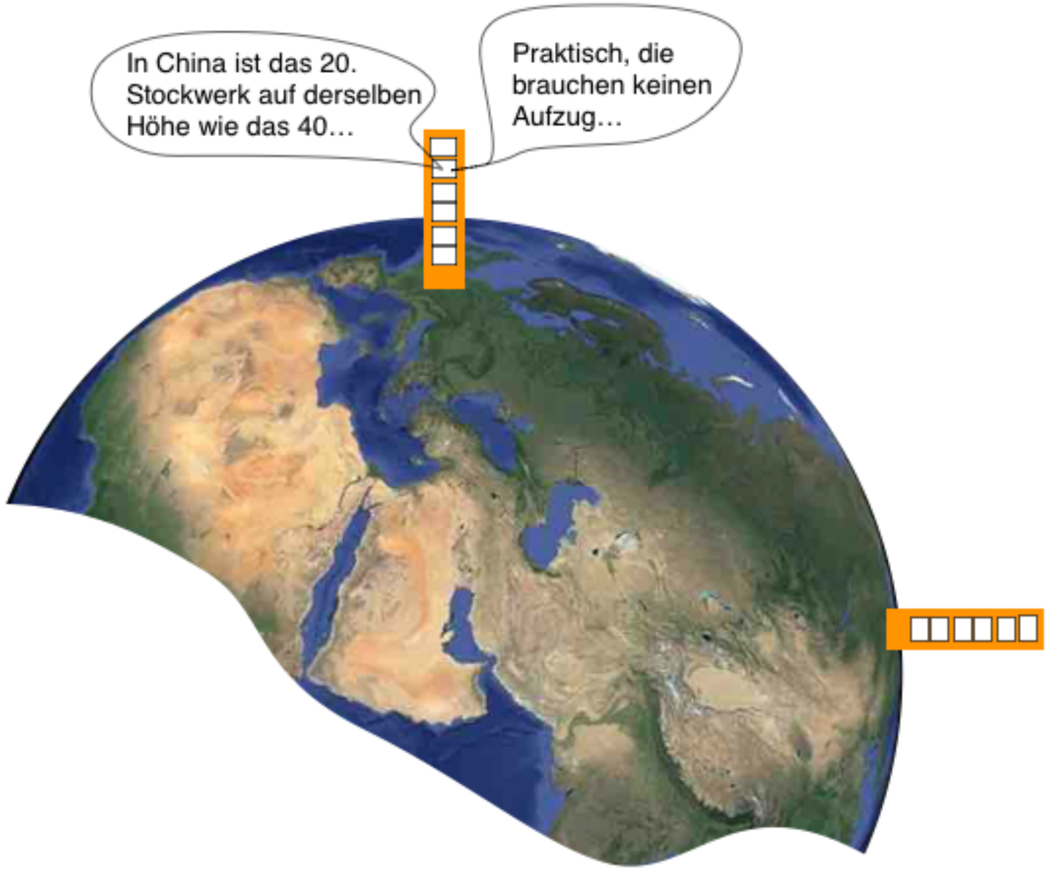
$\Delta x \quad \Delta x'$ Abstand der Bahnhöfe ein S und S'

$\Delta x' \neq \Delta x \qquad \Delta t' \neq 0$

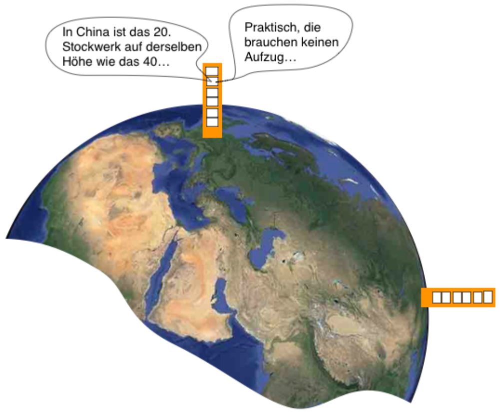
Zwei Ereignisse, die in einem Bezugssystem gleichzeitig sind, sind es nicht in einem anderen.

8.7 Die Gleichzeitigkeit ist nicht mehr was sie einmal war

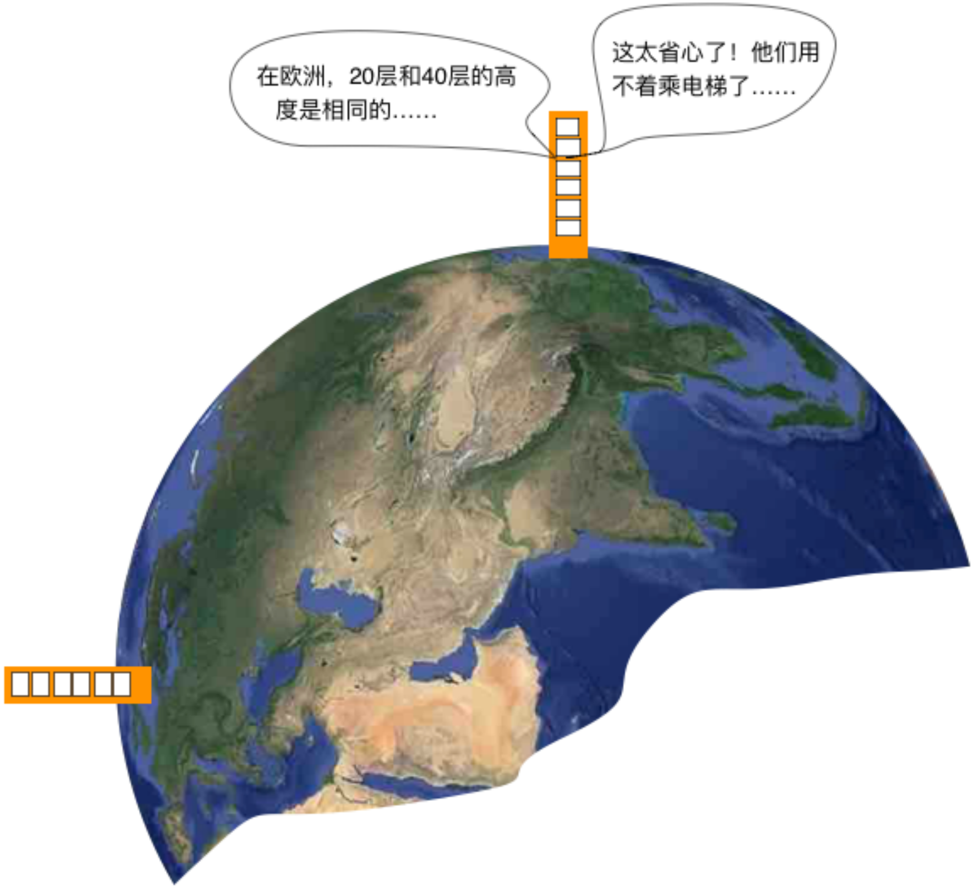
Zwei Ereignisse, die in einem Bezugssystem gleichzeitig sind, sind es nicht in einem anderen.



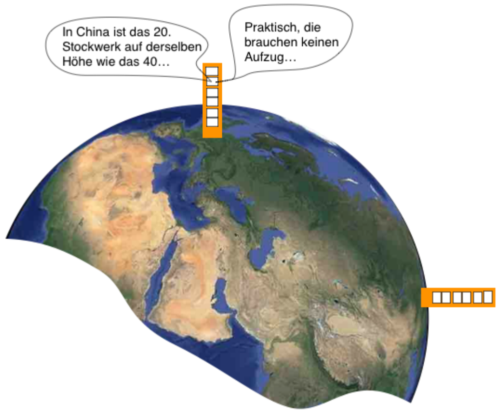
8.7 Die Gleichzeitigkeit ist nicht mehr was sie einmal war



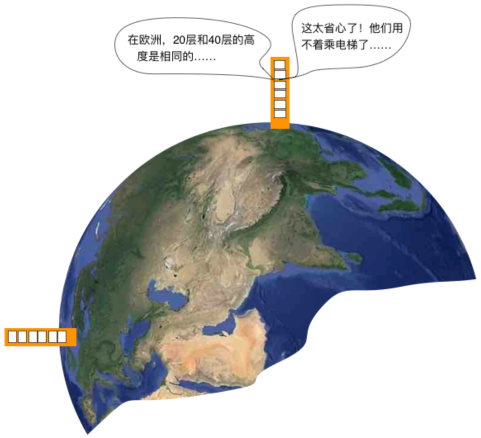
Zwei Ereignisse, die in einem Bezugssystem gleichzeitig sind, sind es nicht in einem anderen.



8.7 Die Gleichzeitigkeit ist nicht mehr was sie einmal war



Zwei Ereignisse, die in einem Bezugssystem gleichzeitig sind, sind es nicht in einem anderen.



Ein alternativer Zugang zur Relativitätstheorie

8.8 Noch einmal Grenzgeschwindigkeit

$\Delta s = \sqrt{c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2}$ falls $c^2 \Delta t^2 > \Delta x^2$

$\Delta s = \sqrt{\Delta x^2 - c^2 \Delta t^2}$ falls $c^2 \Delta t^2 < \Delta x^2$

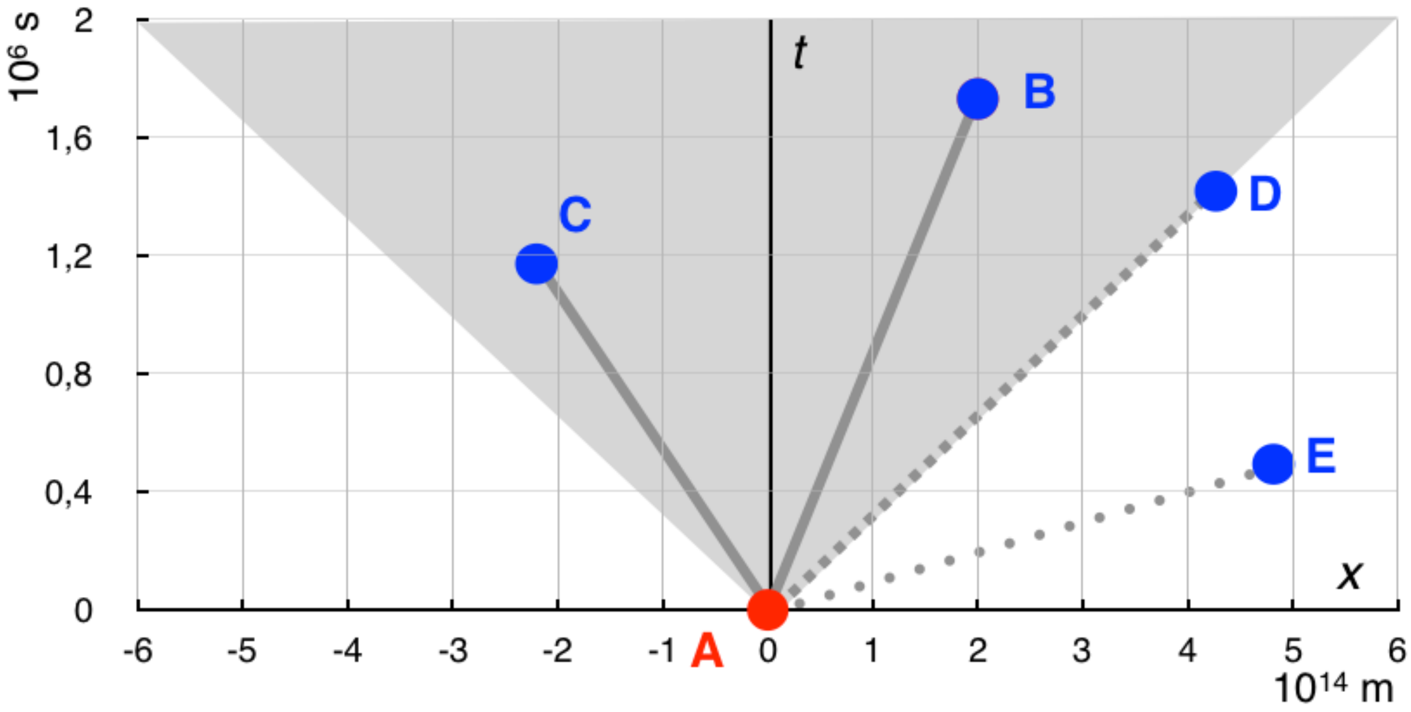
$\Delta s = 0$ falls $c^2 \Delta t^2 = \Delta x^2$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad \Delta s = \sqrt{c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2} = \sqrt{c^2 - v^2}\,\Delta t$$

$v \le c \qquad v = c : \Delta s = 0$

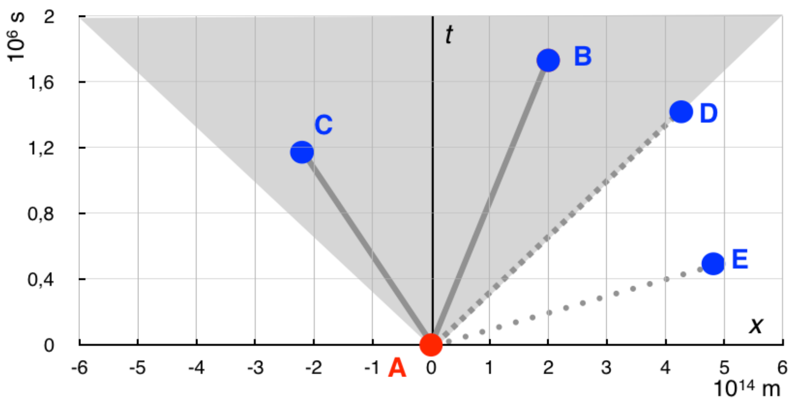
8.8 Noch einmal Grenzgeschwindigkeit

$$\Delta s = \sqrt{c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2}$$



Welche der Ereignisse **B**, **C**, **D**, **E** können mit dem Ereignis **A** kausal verbunden sein?

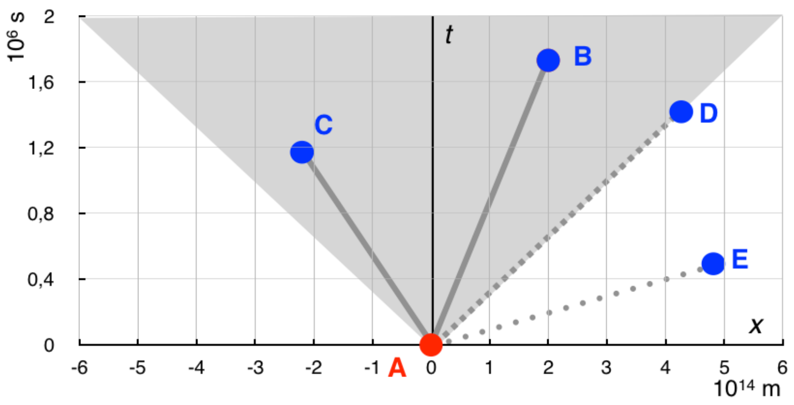
8.8 Noch einmal Grenzgeschwindigkeit



Welche der Ereignisse **B**, **C**, **D**, **E** können mit dem Ereignis **A** kausal verbunden sein?

Raumzeit-Puntepaar	$c^2\Delta t^2 \lessgtr \Delta x^2$	**Reise möglich?**	**Geschwin-digkeit**
A→B	$c^2\Delta t^2 > \Delta x^2$	ja	$0{,}4c$
A→C	$c^2\Delta t^2 > \Delta x^2$	ja	$-0{,}6c$
A→D	$c^2\Delta t^2 = \Delta x^2$	ja	c
A→E	$c^2\Delta t^2 < \Delta x^2$	nein	$(3{,}2c)$

8.8 Noch einmal Grenzgeschwindigkeit



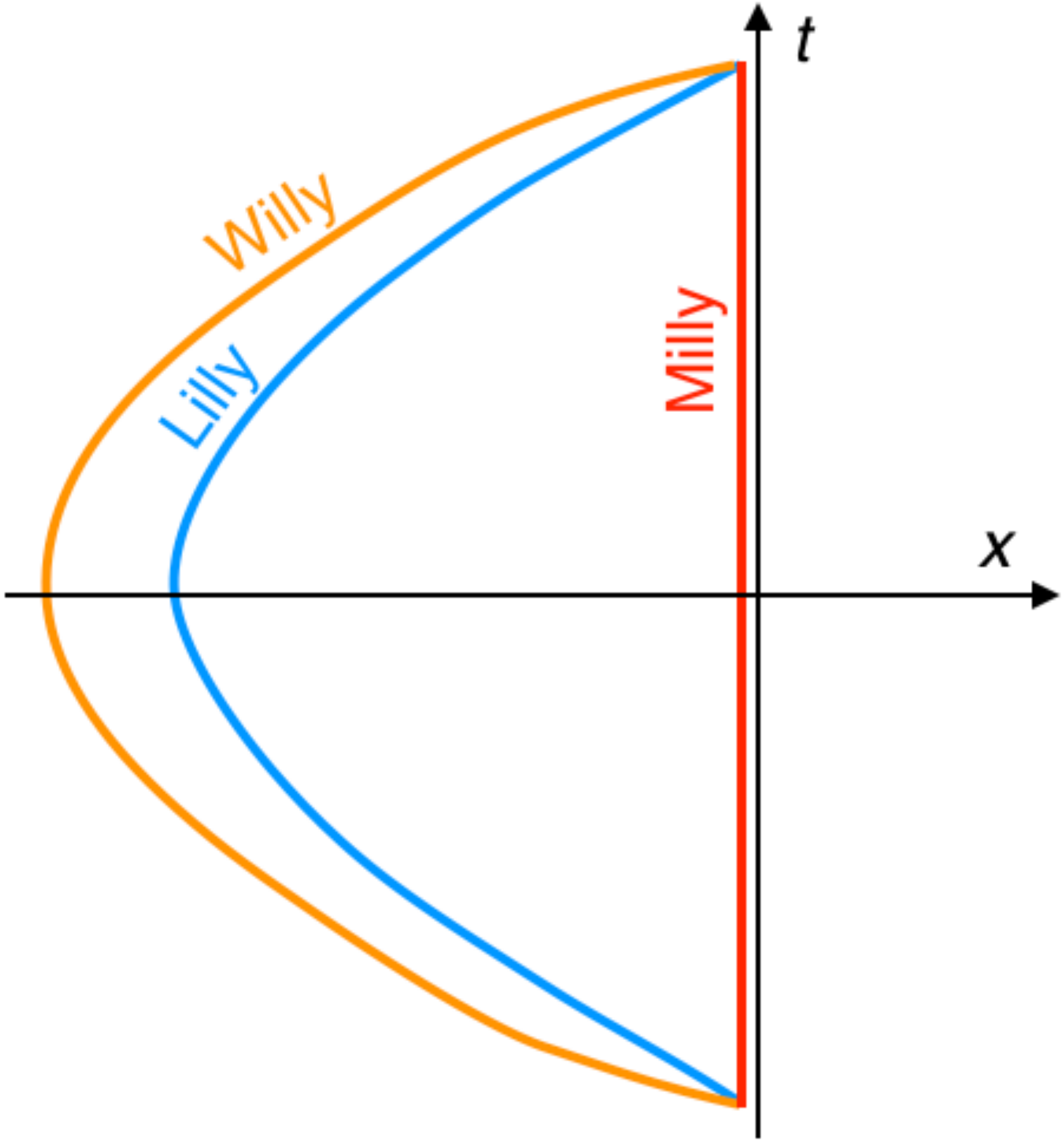
Welche der Ereignisse **B**, **C**, **D**, **E** können mit dem Ereignis **A** kausal verbunden sein?

c ist die Grenzgeschwindigkeit.
Zwei Ereignisse sind nur dann kausal verbunden, wenn

$$c^2\Delta t^2 \geq \Delta x^2$$

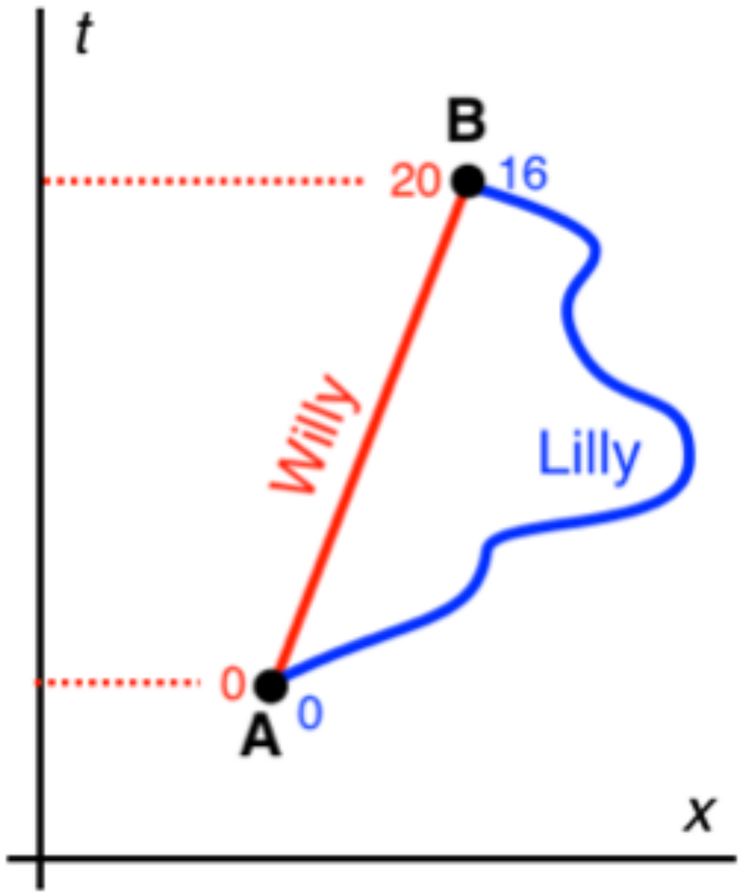
ist.

8.9 GPS-Korrektur aus anderer Perspektive



8.10 Rückblick auf Intervalle

1. Zwei Raumzeitpunkte, zwei verschiedene Weltlinien

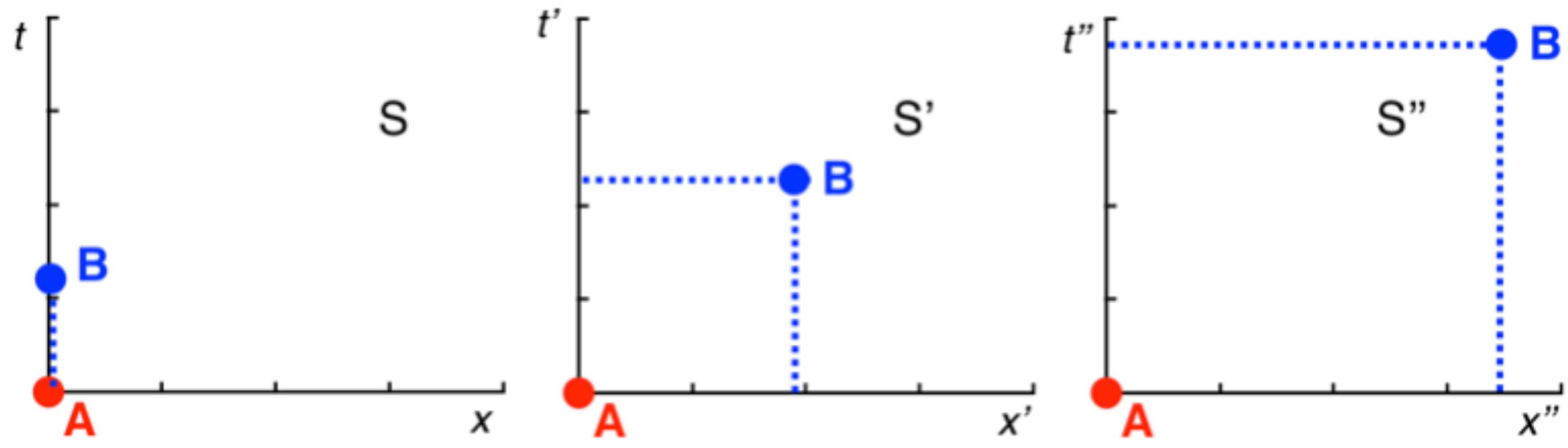


$$T_k = T_g\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

8.10 Rückblick auf Intervalle

1. Zwei Raumzeitpunkte, zwei verschiedene Weltlinien

2. Zwei Raumzeitpunkte, zwei verschiedene Bezugssysteme



$$c^2\Delta t^2 - \Delta x^2 = c^2\Delta t'^2 - \Delta x'^2$$

8.10 Rückblick auf Intervalle

1. Zwei Raumzeitpunkte, zwei verschiedene Weltlinien

2. Zwei Raumzeitpunkte, zwei verschiedene Bezugssysteme

3. Länge eines Gegenstandes und Dauer eines Vorgangs in verschiedenen Bezugssystemen

$$L = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \qquad T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

8.10 Rückblick auf Intervalle

1. Zwei Raumzeitpunkte, zwei verschiedene Weltlinien

$$T_k = T_g \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

2. Zwei Raumzeitpunkte, zwei verschiedene Bezugssysteme

$$c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 = c^2 \Delta t'^2 - \Delta x'^2$$

3. Länge eines Gegenstandes und Dauer eines Vorgangs in verschiedenen Bezugssystemen

$$L = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$