Was ist eine mengenartige Größe?

F. Herrmann

1 Einleitung

Unter den physikalischen Größen gibt es einige, mit denen man bequem und korrekt operiert, wenn man mit ihnen so umgeht, als wären sie ein Maß für die Menge eines eingebildeten Stoffes. Man nennt sie mengenartige Größen. Zu ihnen gehören Masse, Energie, Impuls, elektrische Ladung, Entropie und andere. Der Begriff wurde eingeführt von *G. Falk* [1, 2], und er hat in den letzten 20 Jahren eine immer größere Akzeptanz gefunden. Insbesondere spielen mengenartige Größen die Rolle von Grundgrößen im Karlsruher Physikkurs.

Stellt man die Mengenartigkeit dieser Größen in den Vordergrund, so erreicht man eine Anschaulichkeit, wie man sie bei den meisten anderen Größen nicht kennt.

Es stellt sich die Frage, in welchen Fällen eine solche Veranschaulichung zulässig ist oder in anderen Worten: Was zeichnet überhaupt eine mengenartige Größe vor anderen Größen aus? Um diese Frage geht es im Folgenden.

2 Eine vorläufige Definition

Der Begriff der mengenartigen Größe stimmt weitgehend überein mit dem der extensiven Größe. Dass man zwei verschiedene Bezeichnungen benutzt, hat nicht den Grund, dass man zwei Größenklassen voneinander unterscheiden möchte, sondern man möchte mit dem Namen auf unterschiedliche Eigenschaften hinweisen.

„Extensiv“ bedeutet so viel wie „ausgedehnt“ oder „sich auf eine Ausdehnung beziehend“. Extensive Größen sind solche Größen, deren Werte sich auf ein ausgedehntes geometrisches Gebilde beziehen, im Allgemeinen auf einen Raumbereich. Es ist aber sicher nichts dagegen einzuwenden, auch flächenbezogene Größen, wie etwa die Flächenladung, als extensiv zu bezeichnen.

Die mengenartigen Größen charakterisieren wir vorläufig so: Es gibt zu jeder von ihnen einen Strom und eine Dichte. Das ist für die in der Einleitung erwähnten Größen der Fall. Es trifft aber nicht zu für die extensive Größe Volumen.

Man könnte die Mengenartigkeit viel restriktiver oder aber auch viel weiter definieren. Wir werden beide Möglichkeiten durchspielen und uns am Ende für eine eher lockere Definition entscheiden. Zuvor aber noch einige Bemerkungen dazu, welche Vorteile das Betonen der Mengenartigkeit für den Unterricht bringt.

3 Eine sprachliche Besonderheit mengenartiger Größen

Wenn man eine physikalische Größe einführt, so müssen die Lernenden nicht nur die Definition (Rückführung auf andere Größen oder Festlegung von Einheit, Gleichheit und Vielfachheit) kennen lernen. Sie müssen auch lernen, wie man sprachlich mit der Größe umgeht, welche Verben und Präpositionen zu der neuen Größe passen. Dabei ist der Spielraum häufig nicht sehr groß.

Arbeit, im Sinn der Physik, *wird verrichtet* oder *geleistet*, eine Kraft *wirkt* oder *wird ausgeübt*, eine Spannung *herrscht* oder *liegt an*. Im Zusammenhang mit den mengenartigen Größen gibt es viel mehr Ausdrucksmöglichkeiten. Hier kann man sich aller umgangssprachlichen Wendungen bedienen, die man auch benutzt, wenn man über Stoffe oder Materialien spricht. Betrachten wir etwa die elektrische Ladung. Man kann sagen, ein Körper *enthalte* eine bestimmte Menge Ladung, in dem Körper *stecke* Ladung drin oder einfach, der Körper *habe* Ladung. Auch darf man die Adverbien viel und wenig benutzen: Ein System kann viel oder wenig Ladung haben (aber nicht viel oder wenig Temperatur). Und man kann sagen, ein System habe keine Ladung, um auszudrücken, dass der Wert der Ladung gleich null ist. Auch die Tatsache, dass die Größe I ungleich null ist, lässt sich auf die verschiedensten Arten ausdrücken. So kann man sagen, die elektrische Ladung *fließe* oder *ströme*, etwa von A nach B. Man kann aber auch sagen, sie *gehe* von A nach B oder sie *verlasse* A und *komme* in B *an*. Man kann sie *anhäufen*, *konzentrieren*, *verdünnen*, *verteilen*, *verlieren*, *aufsammeln* und vieles andere mehr. Der Grund dafür, dass man hier mit der Sprache so frei umgehen darf, ist das Modell, das man benutzt. Man stellt sich vor, man habe es mit einem Stoff zu tun, und die mengenartige Größe – hier die elektrische Ladung – sei ein Maß für die Menge dieses Stoffes. Die Sprache lässt es zu, statt von dem Mengenmaß gleich von dem eingebildeten Stoff selbst zu sprechen.

Dieses „Stoffmodell“ vereinfacht den Umgang mit den entsprechenden Größen erheblich, und es ist daher wichtig für die Lehre der Physik. Allerdings werden diese Sprache und das Modell, auf dem sie beruht, nicht überall in der Physik verwendet, wo es eigentlich möglich wäre. Das Stoffmodell wird sicher verwendet bei der elektrischen Ladung und bei der Masse. Bei der Energie dagegen nur mit Einschränkungen. Dass man die Energie als mengenartige Größe auffasst, sieht man an Formulierungen wie „Energie wird übertragen“, „man bezahlt für die Energie“, „Energie wird abgegeben, geliefert“ usw. Dass der Energie nicht immer Mengencharakter zugestanden wird, machen andere Formulierungen deutlich: „Es wird Arbeit verrichtet“ oder „Die Leistung einer Glühlampe beträgt 60 W.“ Beide Formulierungen stammen aus einer Zeit, als der extensive Charakter der Energie noch nicht erwiesen war. Sie haben überlebt und stellen regelrechte Altlasten dar. Noch mehr tritt der Mengencharakter zurück beim Impuls. Zwar sagt man, Impuls werde übertragen oder ein Körper habe Impuls. Andererseits spricht man aber von einer Kraft, die ausgeübt wird, statt von einem Impulsstrom, der fließt. Bei dem üblichen sprachlichen Umgang mit der Entropie schließlich ist vom Mengencharakter fast nichts mehr zu erkennen. Damit erscheinen diese Größen, nämlich die Energie, der Impuls und vor allem die Entropie als unnötig schwierig.

	Impuls	elektrische Ladung	Masse	Entropie	Stoffmenge	Drehimpuls	Geldwert
extensiv	√	√	√	√	√	?	
skalar		√	√	√	√		√
nur positiv			√	√	√		
erhalten	√	√	√			√	
bezugssystemunabhängig		√		√	√		
lokalisierbar	√	√	√	√	√	?	

Tab. 1

4 Die perfekte mengenartige Größe

Wenn wir darauf hinweisen, und empfehlen, auch Energie, Impuls, Drehimpuls und Entropie verbal konsequent als mengenartige Größen zu behandeln, so stoßen wir oft auf Vorbehalte. Kann oder darf man sich denn von einer Größe, die nicht erhalten ist, der Entropie zum Beispiel, eine Mengenanschauung bilden? Oder von einer Größe, deren Werte bezugssystemabhängig sind, wie dem Impuls? Diese Fragen sind berechtigt. Sie wurden auch von uns ausgiebig diskutiert. Auch wir waren skeptisch und haben genau verfolgt, wie die Schüler mit der Mengenartigkeitsidee zurechtkommen. Das für uns erstaunlichste Ergebnis war, dass wir das Potenzial dieses Bildes zunächst völlig unterschätzt hatten. In allen Fällen, auch bei Impuls, Drehimpuls und Entropie, wurde der Mengencharakter von den Schülern sofort akzeptiert. Sie machten sich die entsprechende Sprache bereitwillig zu Eigen und gingen korrekt mit den Größen um. Bevor wir zu begründen versuchen, womit das zusammenhängt, wollen wir eine Spielerei anstellen. Wir stellen uns etwas betriebsblind und stellen Kriterien auf, die eine Größe erfüllen soll, die in einem idealen Sinn mengenartig ist. Uns sind sechs solche Kriterien eingefallen.

1. Damit eine Größe den Namen mengenartig im idealen Sinn verdient, muss sie extensiv sein, d. h., ihre Werte müssen sich auf einen Raumbereich beziehen. Es ist doch offensichtlich, dass eine Menge von irgendetwas einen bestimmten Raum einnimmt.
2. Eine mengenartige Größe muss ein Skalar sein. Was sollte man sich denn unter eine vektoriellen oder gar tensoriellen Menge vorstellen?
3. Sie soll nur positive Werte annehmen können. Wenn etwas eine Menge ist, dann ist es entweder vorhanden oder nicht, aber das Gegenteil von vorhanden, also negativ kann es nicht sein.
4. Eine mengenartige Größe muss erhalten sein. Denn wie sollte man kontrollieren, wie groß die Menge ist, wenn dauernd etwas verschwindet oder hinzu kommt?
5. Der Wert einer mengenartigen Größe muss bezugssystemunabhängig sein. Schließlich beträgt die Menge so und so viel, und es darf nicht sein, dass man durch eine rein gedankliche Operation, nämlich einen Bezugssystemwechsel, die Menge verändern oder sogar zum Verschwinden bringen kann.
6. Und eine letzte, eigentlich selbstverständliche Forderung: Eine mengenartige Größe muss lokalisierbar sein. Man muss also sagen können, wo sich die Menge befindet.

Die Begründungen haben wir absichtlich etwas naiv und scheinbar unbedacht formuliert, aber wir denken, dass sie doch nicht ganz unvernünftig klingen.

Wir wollen nun prüfen, welche physikalischen Größen diese strengen Mengenartigkeitskriterien erfüllen. Wir haben das Ergebnis in Tab. 1 zusammengestellt. Man sieht: In diesem strengen Sinn gibt es keine einzige mengenartige Größe. Der Impuls ist vektoriell und seine Werte sind bezugssystemabhängig, die elektrische Ladung kann ein negatives Vorzeichen annehmen, die Masse (= Energie) ist bezugssystemabhängig. Die Entropie und die Stoffmenge sind nicht erhalten. Beim Drehimpuls haben wir in die Spalte der Lokalisierbarkeit ein Fragezeichen gesetzt. Es ist zwar nicht unmöglich, die räumliche Verteilung des Drehimpulses anzugeben, aber das Verfahren ist so verwickelt, dass es kaum jemand tut.
Die Lehre, die man bis jetzt aus dem Versuch ziehen kann, ist: Wenn wir das Konzept überhaupt anwenden wollen, müssen wir unsere Ansprüche erheblich reduzieren. Und wenn wir eine Definition geben wollten, so müssten wir entscheiden, auf welche der Forderungen wir verzichten. Fordern wir die Bezugssystemunabhängigkeit nicht, so retten wir die Energie. Aber Entropie und Stoffmenge bleiben ausgeschlossen. Fordern wir die Erhaltung nicht, so retten wir Entropie und Stoffmenge. Und so weiter.

5 Das Geld und das Glück

Unser Vorschlag ist, mit etwas niedrigeren Ansprüchen und etwas mehr Pragmatismus an die Frage der Definition heranzugehen. Es besteht sicher kein Zweifel darüber, dass es nicht geschickt wäre, auf das Mengenmodell ganz zu verzichten, nur weil es keine Größe gibt, die die strengen Forderungen der idealen Mengenartigkeit erfüllt. Schließlich kann man feststellen, dass man das Konzept im Alltagsleben recht unbekümmert und doch mit größtem Nutzen verwendet. Schauen wir also nach, wie und wo der Normalbürger das Mengenartigkeitsmodell verwendet. Wohl am auffälligsten ist die Anwendung auf das Geld oder genauer den Geldwert *G*. Es besteht wohl kein Zweifel daran, dass man sich beim Umgang mit dieser Größe des Mengenmodells bedient, dass man das sehr erfolgreich tut, und dass die Anwendung des Modells so hilfreich ist, dass niemand vorschlagen würde, darauf zu verzichten, nur weil es vielleicht eines der oben genannten Kriterien nicht erfüllt. Prüfen wir aber trotzdem einmal, welchen der Idealitätskriterien die Größe *G* denn genügt. Bezieht sich der Wert von *G* auf einen Raumbereich? Nein. Ist *G* ein Skalar? Ja. Nur positiv? Nein. Bezugssystemunabhängig? Nein. Eine erhaltene Größe? Nein. Und das Schlimmste: lokalisierbar? Nein. (Wo befindet sich denn das Geld Ihrer Geldkarte? Auf der Karte? Auf Ihrer Bank? Oder hat die es vielleicht irgendwo investiert?) *G* erfüllt also von unseren Kriterien nur eines und noch dazu ein sehr schwaches. Wir schließen daraus, dass der Mensch mit größtem Nutzen das Bild von der Mengenartigkeit auch auf solche Größen anwendet, die durch fast alle Mengenartigkeitsprüfungen durchfallen. Nachdem wir mit unserem mathematischen Latein fast am Ende sind, versuchen wir's noch mal von einer ganz anderen Seite. Schauen wir den Leuten doch mal wirklich „aufs Maul". Da machen wir die überraschende Entdeckung, dass das Mengenartigkeitsmodell oder die Mengenartigkeitsmetapher in einem noch viel weiteren Sinn verwendet wird. Wir schlagen vor, sich dabei auf ein noch weicheres Kriterium der Mengenartigkeit zu beschränken: Immer wenn man von etwas sagt, es gebe viel oder wenig davon, so wird unterstellt, dass „etwas" habe Mengencharakter. (Schon das Wort „etwas" ist ja ein Platzhalter für „etwas" Mengenartiges.) Viel Zeit, viel Kummer, viel Glück. Und eine Art Strom scheint es auch zu geben: „Gib mir etwas ab von deinem Optimismus", „geteiltes Leid ist halbes Leid" oder, wie es in dem alten Schlager heißt, „… schenk mir doch ein kleines bisschen Liebe...". Offenbar wird hier die Zeit, der Kummer, das Glück, der Optimismus und die Liebe als etwas betrachtet, das Mengencharakter hat.

6 Schlussfolgerung

Wenn eine Größe mengenartig ist, und sei es auch nur in einem sehr weiten Sinn, so lohnt es sich, diese Eigenschaft im Unterricht zu betonen, und zwar dadurch, dass man die entsprechende Sprache anwendet. Die Vorteile für das Verständnis sind groß und die Bedingungen, die eine Größe erfüllen muss, damit ein solcher Umgang gerechtfertigt ist, sind gering. Insbesondere muss nicht vorausgesetzt werden, dass die Größe skalar, bezugssystemunabhängig oder erhalten ist.

Literatur

[1] *G. Falk*: Was an der Physik geht jeden an?, Physikalische Blätter 33, 1977, S. 616–626.
[2] *G. Falk*: Physik – Zahl und Realität, Birkhäuser Verlag, 1990, S. 67–68.

Anschrift des Verfassers:
Prof. Dr. *Friedrich Herrmann*, Didaktik der Physik, Universität Karlsruhe, 76128 Karlsruhe

Altlasten der Physik (87): Das Streufeld des Transformators

F. Herrmann

Gegenstand

„Ein elektrisches oder magnetisches Feld, das sich außerhalb einer bestimmten Einrichtung ausbreitet. Das S. kann zu Verlusten oder Störungen führen." [1]
„ ..., der Magnetfluss Φ soll ganz im Eisenkern konzentriert sein, d. h. beide Spulen in gleicher Stärke durchsetzen (kein *Streu*fluss)." [2]
„Dass die Sekundärspannung sich bei genauerer Messung kleiner herausstellt, als die Rechnung erwarten lässt, ist einerseits auf (ohmsche) Wärmeverluste ... zurückzuführen, ... Die andere Ursache ist, dass vom Induktionsfluss in der Primärspule infolge Streuung nur ein Teil durch die Sekundärspule geht." [3]

Mängel

Streufelder lernt man kennen als etwas, das es zu vermeiden gilt. Sie sind im Prinzip nicht notwendig und man darf sie sich, ohne ein fundamentales physikalisches Prinzip zu verletzen, wegdenken. Es ist also ähnlich wie bei der mechanischen Reibung. Auch diese tritt häufig nur als Störeffekt auf, den man zu vermeiden trachtet.
Ein etwas gröberer Vergleich ist ein Leck in einem Gartenschlauch. Der Schlauch mag zwar einige Löcher haben oder an den Schraubverbindungen nicht ganz dicht sein. Diese Lecks lassen sich aber, im Prinzip wenigstens, beliebig gut schließen. Tatsächlich ist das Entsprechende auch bei Streufeldern oft der Fall. Eine metallische Abschirmung verhindert das Herausquellen eines elektrischen Feldes, eine Mu-Metall-Verkleidung schließt ein magnetisches Feld ein oder hält ein äußeres magnetisches Feld von einem Gerät fern.
Nun spricht man aber von Streufeldern auch in Fällen, wo die Funktion des Gerätes genau auf diesem Feld beruht. Es gibt dafür mehrere Beispiele, von denen wir hier nur den Transformator ansprechen wollen.
Wir betrachten einen Transformator, wie man ihn aus der Schulsammlung kennt: ein rechteckig-geschlossener Eisenkern, auf dem die beiden Spulen sitzen, Abb. 1a. Wir machen die üblichen Annahmen:

- die ohmschen Widerstände der Spulen seien klein gegen die entsprechenden induktiven Widerstände;
- der Lastwiderstand sei klein gegen den induktiven Widerstand der Sekundärspule;
- der Lastwiderstand sei groß gegen die ohmschen Widerstände der beiden Spulen;
- die Permeabilität μ des Kernmaterials sei groß gegen 1.

Wir wenden nun auf den Transformator das Ampère'sche Gesetz an. Wir integrieren zunächst über den Weg A:

$$\oint_A \vec{H}\, d\vec{r} = n_1 I_1 .$$